

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Zahrnutí vlivu zbytkových napětí do výpočtů MKP

Considering Residual Stresses Influence in FEM Calculations

Student:

Bc. Luboš Pečenka

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.

Ostrava 2011

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Luboš Pečenka**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Zahrnutí vlivu zbytkových napětí do výpočtů MKP**
Considering Residual Stresses Influence in FEM Calculations

Zásady pro vypracování:

1. Úvod k problematice zbytkových napětí, jejich kategorizace
2. Metody měření zbytkových napětí
3. Návrh zatěžovacího zařízení a zkušebních vzorků ve tvaru nosníku stejné pevnosti v ohybu
4. Studium a přehled normy ASTM E837 – 08.
5. Způsoby zahrnutí zbytkových napětí při řešení strukturálních úloh s využitím MKP – stručný teoretický úvod.
6. Vybraná aplikace z praxe

Seznam doporučené odborné literatury:

VLK a kol.: Experimentální mechanika. Kapitola 6.1 Úvod do problematiky experimentálního určování zbytkových napětí. VUT Brno, s.119-123. <cit.17.12.2010>
http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/studium/opory/Experimentalni_mechanika.pdf
ASTM E837 – 08. Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method. ASTM International, 01-Feb-2008, 17 p.
MACURA, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě. Skriptum VŠB - TU Ostrava, Ediční středisko, 2001, 107 s.
MACURA, P.: Analýza zbytkových napětí bandážovaných válců. Acta Mechanica Slovaca, 2006, Vol.10, Nr.1, p. 321-326.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.**

Datum zadání: 20.12.2010

Datum odevzdání: 23.5.2011



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 23. května 2011

Bečinka

podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- беру на ве́домі́, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB - TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB - TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB - TUO.
- было́ сже́днано, že s VŠB - TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- было́ сже́днано, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB - TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB - TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі́, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 23. května 2011

Bečinka

podpis studenta

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

PEČENKA, L. *Zahrnutí vlivu zbytkových napětí do výpočtů MKP: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2011, 75 s. Vedoucí práce: Halama, R.

Diplomová práce se zabývá zahrnutím vlivu zbytkových napětí do výpočtů prováděných metodou konečných prvků. Nejprve je uvedena teorie ke zbytkovým napětím, na kterou navazují způsoby měření těchto napětí. Výklad metod měření zbytkových napětí je zaměřen na tenzometrickou odvrtávací metodu a její normování standardem ASTM E837 – 08. V dalších kapitolách jsou vysvětleny způsoby zahrnutí zbytkových napětí do konečnoprvkové analýzy, které jsou pak aplikovány při řešení skutečného problému z technické praxe. Problémem jsou zbytková napětí vznikající technologickým zpracováním, která ovlivňují samotnou výrobu válců válcovacích stolic.

ANNOTATION OF THESIS

PEČENKA, L. *Considering Residual Stresses Influence in FEM Calculations: Master Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2011, 75 p. Thesis head: Halama, R.

The thesis deals with consideration of residual stresses influence in calculations by finite element method. Firstly, there is theory of residual stresses introduced followed by measurement methods. The residual stresses measurement methods description focus on the hole drilling strain gauge method that is normalized by ASTM E837 – 08. The following chapters explain incorporation of residual stresses in finite element analysis which are then applied to solve real practical problem from engineering practice. The problem is residual stresses emerging from the processing technology which influences the production of rolls for rolling mills.

OBSAH DIPLOMOVÉ PRÁCE

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ	8
1. ÚVOD	11
2. SEZNÁMENÍ S PROBLEMATIKOU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ.....	12
2.1 NEROVNOMĚRNÝ OHŘEV A OCHLAZOVÁNÍ	13
2.2 KATEGORIZACE ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ.....	14
3. METODY MĚŘENÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ	15
3.1 ODVRTÁVACÍ METODA A NORMA ASTM E837 - 08	16
4. NOSNÍK STEJNÉ PEVNOSTI V OHYBU.....	20
5. ÚVOD DO MKP - ZAHRNUTÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ DO VÝPOČTŮ	23
5.1 ZAHRNUTÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V PROGRAMU ANSYS	26
6. ÚVOD K ŘEŠENÍ PROBLÉMU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V PRAXI	27
6.1 ANALYTICKÝ VÝPOČET TLAKU A NAPĚTÍ OD NALISOVÁNÍ	28
6.2 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ NA BANDÁŽI	29
6.3 NUMERICKÝ VÝPOČET MKP – OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE	31
6.3.1 Popis modelu	31
6.3.2 Ověření modelu	33
6.3.3 Volba interpolačních funkcí	34
6.3.4 Aplikace počátečních napětí.....	38
6.3.5 Výsledky kompletní simulace	41

6.4	NUMERICKÝ VÝPOČET MKP – ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE..	45
6.4.1	Popis modelu	46
6.4.2	Ověření modelu	46
6.4.3	Volba interpolačních funkcí	48
6.4.4	Aplikace počátečních napětí.....	49
6.4.5	Výsledky kompletní simulace	51
7.	PŘEHLED DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ	54
7.1	VÝSLEDKY NAPĚTÍ – OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE.....	54
7.2	VÝSLEDKY NAPĚTÍ – ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE	54
8.	ZÁVĚR.....	55
9.	SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ	58
10.	PŘÍLOHY	59
10.1	OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE.....	59
10.1.1	Makro – kompletní simulace.....	59
10.1.2	Makro – rozložení zbytkových napětí	63
10.2	ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE	66
10.2.1	Makro – kompletní simulace.....	66
10.2.2	Makro – rozložení zbytkových napětí	70
10.3	NÁVRH INTERPOLAČNÍCH FUNKCÍ	73

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ

Veličina	Označení	Jednotka
A	typ tenzometrické růžice	[-]
A ₁	eutektoidní teplota	[°C]
B	typ tenzometrické růžice	[-]
C	typ tenzometrické růžice	[-]
C _T	matice vyjadřující tuhost materiálu	[MPa]
D	průměr tenzometrického kruhu	[mm]
D ₀	průměr vrtaného otvoru	[mm]
E	modul pružnosti v tahu	[MPa]
E ₁	modul pružnosti v tahu první části bandážovaného válce	[MPa]
E ₂	modul pružnosti v tahu druhé části bandážovaného válce	[MPa]
F	síla	[N]
G	transformační matice	[mm ⁻¹]
K	globální matice tuhosti	[N·mm ⁻¹]
K ^(e)	lokální matice tuhosti	[N·mm ⁻¹]
L	úsek konstantní pevnosti na nosníku	[mm]
N	matice tvarových funkcí	[-]
P	napětíové parametry	[MPa]
Q	napětíové parametry	[MPa]
R	celkový vektor zobecněných uzlových sil prvku	[N]
R ^(e)	lokální zatížení prvku	[N]
R _p	uzlové síly od vnějšího plošného zatížení	[N]
R _u	vnější zobecněné uzlové síly	[N]
R _ε	uzlové síly od počátečních deformací	[N]
R _σ	uzlové síly od vneseného předpětí	[N]
R ₁	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₂	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₃	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₄	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₁₁	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₂₂	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₃₃	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]
R ₄₄	místo nalepení tenzometrické růžice	[-]

S	místo nalepení tenzometrů na nosníku	[-]
S_p	plocha prvku	[mm ²]
V	objem prvku	[mm ³]
a	tenzometr v růžici	[-]
\bar{a}	kalibrační konstanta	[-]
b	tenzometr v růžici	[-]
\bar{b}	kalibrační konstanta	[-]
b_0	šířka nosníku v místě uložení	[mm]
b_1	šířka nosníku v místě zatížení	[mm]
c	tenzometr v růžici	[-]
dS	elementární plocha	[mm ²]
dV	elementární objem	[mm ³]
e	úsek od zatěžující síly po rozšíření nosníku	[mm]
h	tloušťka nosníku	[mm]
i	dělicí intervaly po tloušťce bandáže	[-]
j	úsek rozložení obvodového napětí	[mm]
j_1	úsek rozložení osového napětí	[mm]
j_2	úsek rozložení osového napětí	[mm]
k	pořadové číslo kroku odvrtávání	[-]
p	deformační parametry	[-]
p_k	tlak v kontaktní ploše	[MPa]
p_z	vektor vnějšího plošného zatížení	[MPa]
q	deformační parametry	[-]
r	vektor zobecněných posuvů	[mm]
t	deformační parametry	[-]
x	směr souřadnice	[mm]
y	směr souřadnice	[mm]
z	směr souřadnice	[mm]
Δ	rozdíl napětí	[MPa]
Δ_a	rozdíl osových napětí	[MPa]
Δ_t	rozdíl obvodových napětí	[MPa]
Π	potenciální energie systému	[N·mm]
$\Pi^{(e)}$	potenciální energie obecného prvku	[N·mm]
α	úhel směru hlavního napětí od tenzometru a	[°]
β	úhel směru hlavního napětí od prvního tenzometru	[°]

γ	úhel rozložení zbytkových napětí po obvodu bandáže	[°]
δ	odchylka	[%]
δ_a	odchylka osových napětí	[%]
δ_t	odchylka obvodových napětí	[%]
ε	poměrná deformace	[-]
ε_a	poměrná deformace naměřená na tenzometru a	[μS]
ε_b	poměrná deformace naměřená na tenzometru b	[μS]
ε_c	poměrná deformace naměřená na tenzometru c	[μS]
ε_x	poměrná deformace ve směru osy x	[-]
ε_y	poměrná deformace ve směru osy y	[-]
ε_0	vektor počátečních deformací	[-]
ε_1	poměrná deformace naměřená na prvním tenzometru	[-]
ε_2	poměrná deformace naměřená na druhém tenzometru	[-]
ε_3	poměrná deformace naměřená na třetím tenzometru	[-]
θ	úhel mezi tenzometrem a osou x	[°]
σ_a	osové napětí	[MPa]
σ_{\max}	maximální hlavní napětí	[MPa]
σ_{\min}	minimální hlavní napětí	[MPa]
σ_o	ohybové napětí	[MPa]
σ_{red}	redukované napětí dle hypotézy HMM	[MPa]
σ_t	obvodové napětí	[MPa]
σ_x	normálové napětí ve směru osy x	[MPa]
σ_y	normálové napětí ve směru osy y	[MPa]
σ_z	normálové napětí ve směru osy z	[MPa]
σ_0	vektor vneseného předpětí	[MPa]
τ_{xy}	smykové napětí v rovině xy	[MPa]
ν	Poissonovo číslo	[-]
ν_1	Poissonovo číslo pro první část bandážovaného válce	[-]
ν_2	Poissonovo číslo pro druhou část bandážovaného válce	[-]
ψ	operátorová matice	[mm ⁻¹]

1. ÚVOD

Zbytková (residuální) napětí se vyskytují ve všech technických materiálech a mohou být pro danou konstrukci prospěšná (tlaková napětí) nebo škodlivá (tahová napětí). Proto je jejich vyšetřování v praxi velmi důležité.

Pro měření zbytkových napětí existuje řada metod, z nichž nejpoužívanější je tenzometrická odvrtávací metoda. Odvrtávací metodou a jejím normováním standardem ASTM E837 – 08 se zabývá diplomová práce podrobněji. Měření zbytkových napětí je přínosem i pro metodu konečných prvků (dále jen MKP), jelikož simulace vzniku zbytkových napětí je problematická, a proto je jednodušší brát v potaz již vyhodnocené hodnoty residuálních napětí z měření.

Hlavním obsahem práce je zahrnutí vlivu zbytkových napětí do výpočtů MKP. Na základě uvedené teorie byly navrženy dva způsoby řešení, které jsou prezentovány na příkladu z praxe v programu ANSYS 12. 1.

Praktická část diplomové práce se zabývá problémem bandážovaných válců společnosti ArcelorMittal Ostrava a. s. Válce se skládají ze dvou částí, které jsou na sebe nalisovány. Druhá část (bandáž) je pro dosažení požadovaných vlastností tepelně zpracována. Vlivem tepelného zpracování v ní vznikají nerovnoměrně rozložená zbytková napětí.

Po tepelném zpracování byla na bandáži provedena čtyři experimentální měření, z kterých byly vyhodnoceny hodnoty residuálních napětí tvořící základ pro oba způsoby zahrnutí zbytkových napětí do výpočtů MKP.

První způsob vychází z experimentálních hodnot při návrhu interpolačních funkcí, které definují průběh rozložení zbytkových napětí ve výpočetním modelu bandáže. Po simulaci nalisování získáváme konečné výsledky napětí.

Druhý způsob využívá principu superpozice napětí od nalisování a zbytkových napětí naměřených na bandáži po tepelném zpracování. Napětí od nalisování se získají z řešení MKP.

Takto vypočtené výsledky byly porovnány s naměřenými hodnotami po bandážování v těsné blízkosti míst, kde byla měřena napětí po tepelném zpracování bandáže. Výsledky jsou okomentovány v závěru diplomové práce.

2. SEZNÁMENÍ S PROBLEMATIKOU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ

K deformování tělesa a vzniku napjatosti v tělese dochází z různých příčin. Jedná se především o silové nebo deformační působení na toto těleso. Složitější situace pak nastává vlivem působení homogenního nebo nehomogenního teplotního pole [7]. Pokud během zmíněného působení v tělese vzniká pružně plastický stav, tak po odstranění původní příčiny vzniku napjatosti zůstanou v tělese zbytková (residuální) napětí.

Tato napětí vznikají v důsledku technologie výroby a následného zpracování materiálu. V souvislosti s těmito procesy jsou jako hlavní příčiny vzniku zbytkových napětí označovány nerovnoměrné plastické deformace, nerovnoměrný ohřev a ochlazování, nerovnoměrné změny struktury a chemické procesy. Zmiňované příčiny nepůsobí při technologických operacích samostatně, ale projevují se jejich různé kombinace. Tyto uvedené příčiny vzniku residuálních napětí jsou podrobněji popsány dále.

Nerovnoměrné plastické deformace jsou podmíněny silovým účinkem, který působí na povrchovou vrstvu tak, že ji plasticky deformuje. Z čehož nastane situace, že na povrchu vznikají tlaková napětí a proti nim působí napětí tahová z jádra součástí.

Další příčinou je nerovnoměrný ohřev a ochlazování součástí. Tomuto tématu je věnována následující podkapitola 2.1, jelikož se tento problém týká praktického příkladu řešeného v diplomové práci dále.

Napětí vzniklá nerovnoměrnými změnami struktury jsou také nazývána napětími strukturními nebo transformačními. Strukturní změny probíhají v materiálu většinou za vyšších teplot, čímž vzniká fáze o jiném typu krystalické mřížky a jiném měrném objemu než měl původní materiál.

Chemické procesy jsou spojeny s reakcí částic cizích látek a plynů pronikajících do povrchové vrstvy. Jedná se zejména o absorpci a difusi.

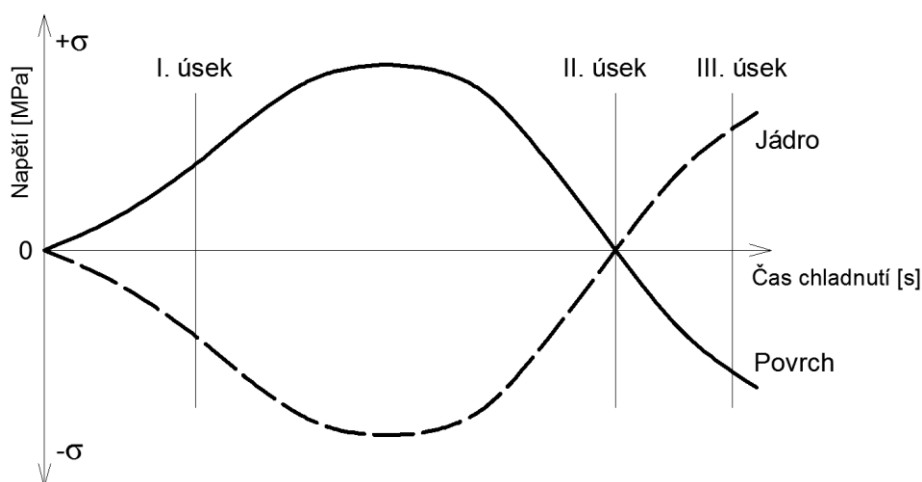
Zbytková napětí se vyskytují ve všech technických materiálech a mohou být pro danou konstrukci prospěšná nebo škodlivá. Za prospěšná se považují tlaková napětí, vyvolaná některými způsoby úpravy povrchu cyklicky namáhaných součástí (například kuličkováním), která vedou k prodloužení životnosti konstrukce. Naopak negativní vliv mají tahová napětí, při kterých může dojít ke vzniku trhlin nebo snížení meze únavy. Vyšetřování zbytkových napětí je tedy v technické praxi velmi důležité.

2.1 NEROVNOMĚRNÝ OHŘEV A OCHLAZOVÁNÍ

Nerovnoměrný ohřev a ochlazování je jedna z příčin vzniku zbytkových napětí. Na velikost těchto tepelných napětí má vliv způsob ohřátí, tepelná roztažnost materiálu nebo mechanické vlastnosti materiálu a jejich změny vlivem teploty. Nejvíce jsou však ovlivněny rychlostí ohřevu (ochlazení).

V praktické části (viz kapitola 6) se diplomová práce zabývá zbytkovými napětími, u kterých se zjednodušeně předpokládá, že jejich vznik v dutém válci (bandáži) je způsoben právě jen důsledkem nerovnoměrného ohřevu a ochlazení [4]. Výsledný průběh rozložení těchto napětí po průřezu bandáže je popsáno v textu dále.

V technologickém procesu se nejdříve bandáž ohřeje pod teplotu A_1 (eutektoidní teplota) a následným prudkým ochlazením vzniknou čistě tepelná napětí (Obr. 1).



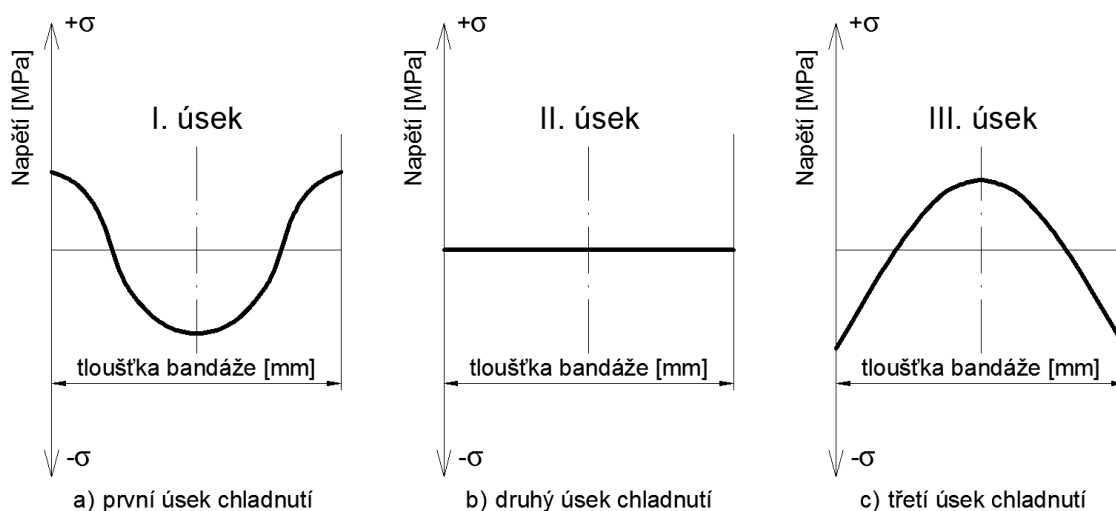
Obr. 1 – Průběh napětí během chladnutí [4]

Tento děj si lze rozdělit na několik časových úseků. V prvním úseku ochlazení se povrchová vrstva smršťuje na úkor jádra bandáže. Z tohoto hlediska vzniká na povrchu tahové napětí a v jádře napětí tlakové (Obr. 2a). U těchto napětí (obvodových i osových) musí být splněna podmínka, že jsou po celém průřezu v rovnováze a nepřekračují mez kluzu.

Druhý úsek je charakteristický tím, že s dalším ochlazováním se snižuje rozdíl mezi teplotami v jádře a na povrchu. Čímž se docílí toho, že rozdíl napětí bude nulový (Obr. 2b).

Ve třetím úseku chladnutí povrch dosáhl konečné velikosti, ale jádro teprve chladne a smršťuje se. Smršťování se snaží zabránit povrchová vrstva. Po konečném srovnání teplot je dosaženo tlakových napětí na povrchu bandáže a tahových napětí v jádře (Obr. 2c).

Rozložení napětí podél průřezu bandáže v těchto třech úsecích ukazuje obrázek níže.



Obr. 2 - Rozložení napětí podél průřezu bandáže během chlazení [4]

2.2 KATEGORIZACE ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ

Zbytková napětí se často klasifikují podle velikosti objemů, v nichž se nemění velikost a směr těchto napětí. Z tohoto hlediska rozeznáváme tři druhy zbytkových napětí [7].

Zbytková napětí I. druhu (makroskopická napětí) bývají homogenní v makroskopické oblasti materiálu. Výslednice vnitřních sil spojených s tímto napětím jsou nulové v jakémkoliv řezu tělesa. Většinou jsou způsobena výrobní technologií, montážním, provozním nebo jiným zatížením různého charakteru.

Zbytková napětí II. druhu (mikroskopická napětí) jsou homogenní v oblastech, které jsou srovnatelné s velikostí jednotlivých zrn. U objemů, které jsou tvořeny větším počtem zrn, se rovněž předpokládá nulová výslednice vnitřních sil. Mohou vznikat při deformaci materiálu, který je složen z jedné nebo z více fází s různými mechanickými vlastnostmi. Další způsob vzniku je při tepelných dějích v materiálu, jehož fáze mají rozdílné teplotní součinitele délkové roztažnosti.

Zbytková napětí III. druhu (submikroskopická napětí) bývají nehomogenní i v oblastech, které jsou srovnatelné s meziatomovými vzdálenostmi. I ve velkých částech jednoho zrna může být dosaženo nulové výslednice vnitřních sil. Projevují se jako důsledek bodových, čárových a plošných strukturních poruch.

3. METODY MĚŘENÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ

Pro měření zbytkových napětí existuje řada metod. Metody je možno rozdělit podle míry narušení celistvosti zkoumaného tělesa (destruktivní, polodestruktivní, nedestruktivní), podle principu (chemické, fyzikální, mechanické) nebo podle charakteru napjatosti, který jsou schopny zjišťovat (na povrchu tělesa, v jistém objemu tělesa). Práce se zaměřuje na metody měření zbytkových napětí, které můžeme rozdělit podle principu, zvláště pak na metody mechanické.

Chemické metody jsou založeny na principu chemických procesů, mezi které patří koroze pod napětím a difuze vodíku do povrchové vrstvy.

Fyzikální metody jsou nedestruktivní, založené na vztahu mezi fyzikálními nebo krystalografickými parametry a zbytkovým napětím. Jedná se o metody difrakční, ultrazvukové, magnetické a metodu měření mikrotvrdosti.

Mechanické metody se řadí mezi destruktivní nebo polodestruktivní metody. Slouží k určení makroskopických zbytkových napětí. Patří sem odvrtávací metoda, metoda uvolnění sloupku, metody odstraňování povrchové vrstvy materiálu a dělicí metody. Některé tyto metody jsou podrobněji rozebrány v textu níže.

Odvrtávací metodě je důležité věnovat více pozornosti, jelikož na základě této metody byla vyhodnocena konkrétní zbytková napětí, která jsou v diplomové práci obsažena dále. Odvrtávací metoda a její normování je důkladně rozebráno v podkapitole 3.1 a ověření její přesnosti na základě analytického výpočtu je uvedeno v kapitole 4.

Metoda sloupku je druhá nejpoužívanější metoda pro měření zbytkových napětí. Při této metodě se prstencovým vrtákem uvolní sloupek materiálu o průměru 15 – 150 mm a to drážkou o hloubce 0,25 – 1,5 mm po obvodu tenzometru. Její použití je vhodné především na rozměrných tělesech, protože v některých případech může být narušení povrchu již značné.

Princip metody odstraňování povrchových vrstev spočívá v kontinuálním měření deformace součásti při elektrolytickém odleptávání povrchových vrstev materiálu z vyšetřované plochy. Odstraňováním materiálu dochází k porušování rovnováhy vnitřních sil, což se projevuje deformací vzorku. Smysl a velikost deformace jsou úměrné rozložení residuálních napětí v odebrané vrstvě.

3.1 ODVRTÁVACÍ METODA A NORMA ASTM E837 - 08

Odvrtávací metoda je v základní podobě normována standardem ASTM E837 - 08. V této normě jsou mimo jiné předepsány podmínky pro zhotovení otvoru touto metodou. Je zde také uveden postup pro vyhodnocení uvolněných zbytkových napětí pro různé tloušťky obrobků, do kterých je daný otvor vyvrtán.

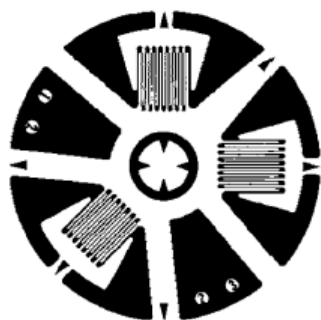
Odvrtávací metoda je založena na principu vyvrtání malého otvoru ve středu tenzometrické růžice aplikované na povrchu měřeného objektu. Hloubka vrtaného důlku se přibližně rovná jeho průměru. K uskutečnění této metody jsou zapotřebí speciální tenzometrické růžice i zařízení pro vrtání se zaměřováním středu otvoru mikroskopem [2].

V okolí vyvrtaného otvoru se pak změní rozložení vnitřních sil a tím i deformací. Příslušné změny deformací na povrchu tělesa se měří tenzometrickou metodou, z níž se určí velikosti a směry hlavních zbytkových napětí. Metoda umožňuje i měření průběhů napětí podél hloubky odvrtávání. Děje se tak postupným přerušováním vrtání a měřením deformací po krocích, které předepisuje norma ASTM E837 – 08.

Odvrtávací metoda je aplikovatelná za předpokladu lineárně elastického chování materiálu. Metoda poskytuje přesné výsledky, pokud izotropní zbytková napětí nepřevyšují 50% meze kluzu a smyková napětí nepřekročí 25% meze kluzu. Považuje se za metodu polodestruktivní, protože velikost vyvrtaného otvoru bývá vůči rozměrům konstrukce zanedbatelná. Kromě kovových materiálů je použitelná i na plasty a kompozity.

Jak již bylo řečeno, touto metodou je vrtán otvor do středu tenzometrické růžice. V normě ASTM E837 – 08 jsou předepsány tři typy tenzometrických růžic. Jedná se o růžice typu A, B a C (Obr. 3).

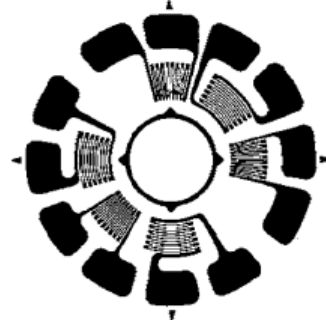
Typ A



Typ B



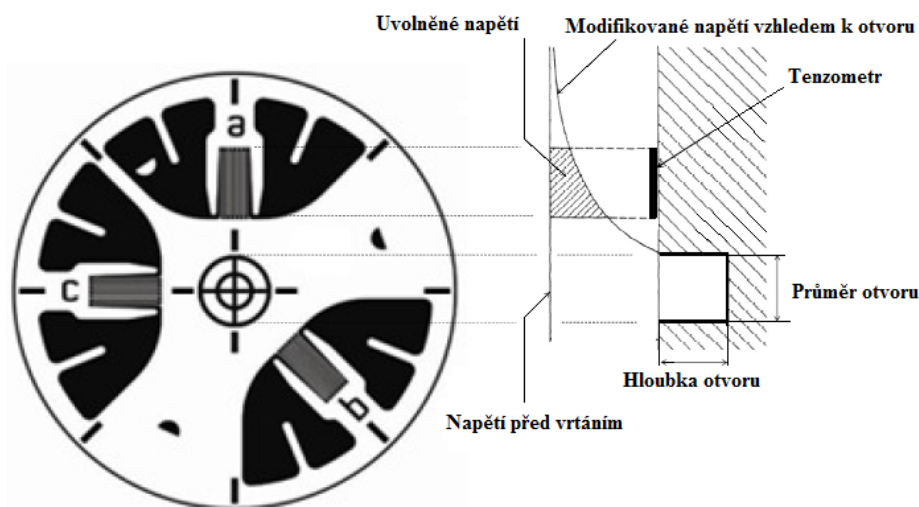
Typ C



Obr. 3 - Typy tenzometrických růžic [8]

Růžice typu A se doporučuje pro všeobecné použití. Typ B se používá pro měření v blízkosti překážky a typ C je užíván v místech, kde je potřeba velká napěťová citlivost a vysoká teplotní stálost. Nevýhodou růžice typu C je omezená dostupnost a delší čas na přípravu. Uspořádání tenzometrů v růžici může být po směru nebo proti směru hodinových ručiček. Norma také stanovuje rozměry růžice.

Nutno podotknout, že uvolněné napětí rychle klesá se vzdáleností od kraje otvoru. A například tenzometry v růžici typu A měří jen napětí odpovídající 25% až 40% původních zbytkových napětí přítomných v oblasti otvoru (Obr. 4) [8].

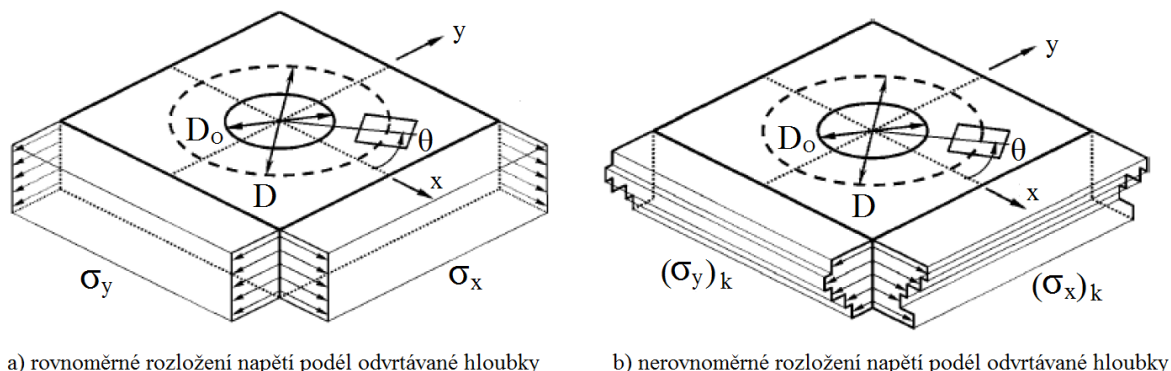


Obr. 4 - Uvolnění napětí po odvrtání otvoru [8]

Instalace tenzometrických růžic by měly být prováděny kvalifikovanými pracovníky. Příprava povrchu součásti a správné nalepení tenzometru mají přímý vliv na přesnost měření napětí. Na přesnost měření má také značný vliv výstřednost mezi otvorem a měřidlem. Norma uvádí, že střed vyvrtaného otvoru a tenzometrického kruhu by měl být v toleranci $\pm 0,004 D$, kde písmenem D je označen průměr tenzometrického kruhu.

Vrtací zařízení obsahuje prostředky, které zajišťují kolmost frézy k povrchu. K tomuto účelu přístroje mají tři magnetické nohy, které lze použít k regulaci kolmosti. Pro odvrtávací metodu bylo vyšetřováno několik způsobů techniky vrtání. Například vysokorychlostní vrtání je považováno za vhodné pro většinu materiálů. Naopak nízké rychlosti indukují vysoké napětí, a proto se nehodí pro tuto metodu. Pokud je to nutné nebo jsou-li napětí vyvolané vrtáním větší než předepisuje daná norma, je možné použít elektricky nevodivé chladicí kapaliny. Norma ASTM E837 – 08 určuje čekací dobu nejméně pět vteřin od konce vrtání a čtení z tenzometrického výstupu z důvodu ochladnutí povrchu obrobku.

Daná norma rozlišuje obrobky, do kterých je příslušný otvor vyvrtán na tenké, tlusté a obrobky, jejichž tloušťka se pohybuje v rozmezí od 0,4 D do 1,2 D (pro rūžici typu C je toto rozmezí od 0,48 D do 1,44 D). Měření rovnoměrně rozloženého napětí podél odvrtávané hloubky (Obr. 5a) se provádí na tlustých i tenkých obrocích. Pokud je rozložení napětí nerovnoměrné (Obr. 5b), smí se měření provádět jen na tlustých obrocích.



Obr. 5 - Rozložení napětí podél odvrtávané hloubky [8]

Vyhodnocení zbytkových napětí je realizováno pomocí matematických vztahů vycházejících z analýzy napěťového stavu v okolí kruhového otvoru. Norma uvádí postupy pro výpočet rovnoměrně i nerovnoměrně rozloženého napětí podél odvrtávané hloubky pro obrobky různé tloušťky. Pro názornější představu jsou níže uvedeny vztahy pro výpočet rovnoměrně rozloženého napětí podél odvrtávané hloubky pro tenký obrobek, jehož tloušťka je menší než 0,4 D (pro rūžici typu C je tato tloušťka do 0,48 D) [1].

Vztah pro výpočet uvolněné rovinné deformace po odvrtání otvoru

$$\varepsilon = \frac{1 + \nu}{E} \bar{a} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{E} \bar{b} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{E} \bar{b} \tau_{xy} \sin 2\theta, \quad (1)$$

kde \bar{a} , \bar{b} jsou kalibrační konstanty, θ značí úhel od osy x ke středu tenzometru (viz Obr. 5), σ_x , σ_y udávají normálová napětí ve směru osy x, y a τ_{xy} je smykové napětí v rovině xy.

Deformační parametry jsou definovány těmito vztahy

$$p = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1)/2, \quad (2)$$

$$q = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)/2, \quad (3)$$

$$t = (\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)/2, \quad (4)$$

kde ε_1 , ε_2 , ε_3 jsou poměrné deformace naměřené tenzometry.

Napěťové parametry odpovídající deformačním parametrům

$$P = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} = -\frac{E \cdot p}{\bar{a}(1 + \nu)}, \quad (5)$$

$$Q = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} = -\frac{E \cdot q}{\bar{b}}, \quad (6)$$

$$T = \tau_{xy} = -\frac{E \cdot t}{\bar{b}}, \quad (7)$$

kde E je modul pružnosti v tahu a ν je Poissonovo číslo.

Z těchto rovnic vyjádříme příslušná napětí σ_x , σ_y a τ_{xy} , tedy

$$\sigma_x = P - Q, \quad (8)$$

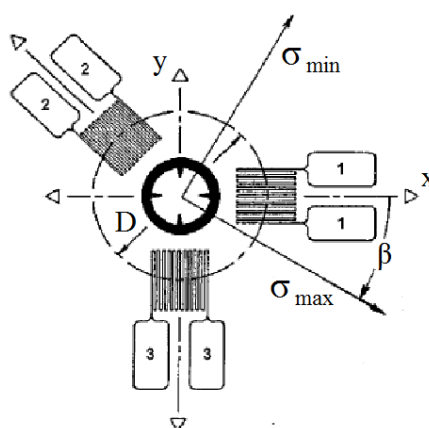
$$\sigma_y = P + Q, \quad (9)$$

$$\tau_{xy} = T. \quad (10)$$

Hlavní napětí σ_{\min} a σ_{\max} jsou pak uvedena v následujícím tvaru

$$\sigma_{\max}, \sigma_{\min} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2}. \quad (11)$$

Pro uspořádání tenzometrů v růžici proti směru hodinových ručiček (Obr. 6), se větší tahové (nebo menší tlakové) hlavní napětí σ_{\max} nachází pootočené o úhel β po směru hodinových ručiček od prvního tenzometru. Menší tahové (nebo větší tlakové) hlavní napětí σ_{\min} je umístěno po směru hodinových ručiček od třetího tenzometru.



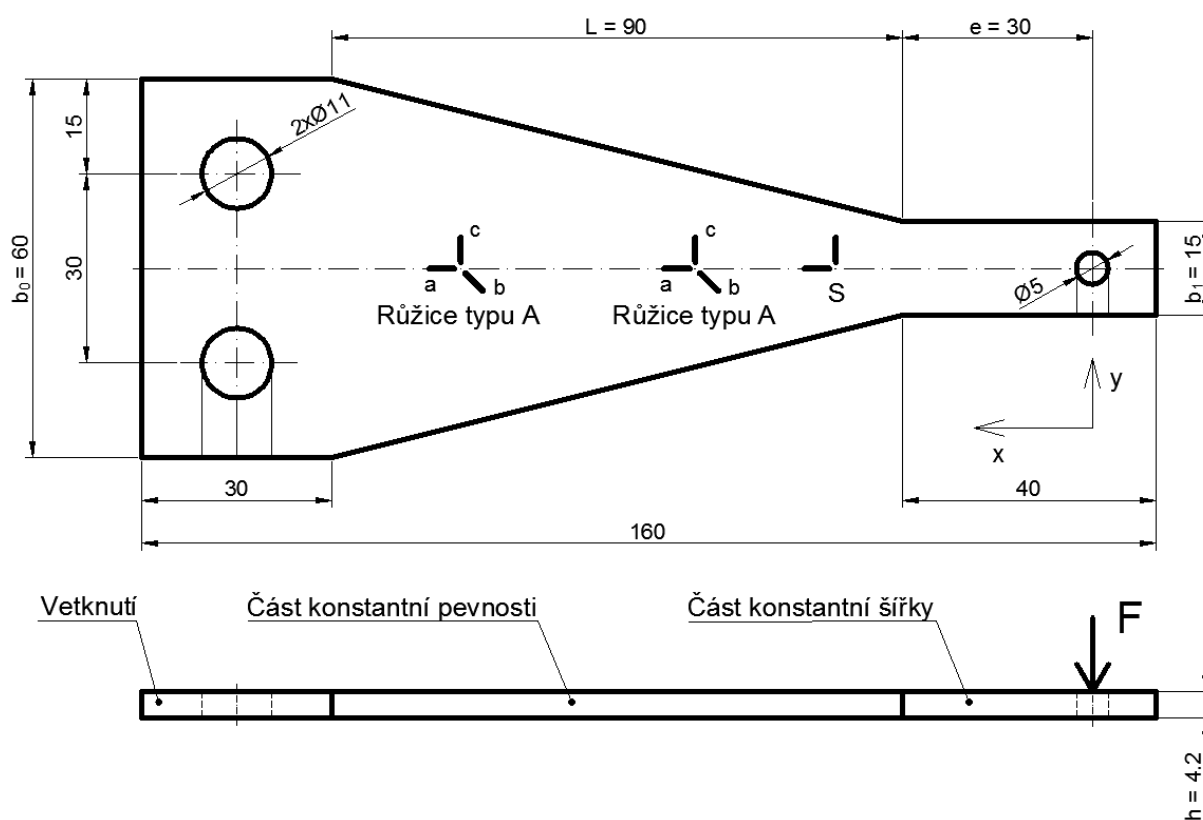
Obr. 6 – Uspořádání tenzometrů v růžici proti směru hodinových ručiček [8]

Velikost úhlu β se vypočítá podle vztahu

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-T}{-Q}\right). \quad (12)$$

4. NOSNÍK STEJNÉ PEVNOSTI V OHYBU

Zatěžováním vetknutého nosníku na ohyb dochází k jeho deformaci a vzniku napětí. Jestliže by se jednalo o nosník konstantní tloušťky a šířky, napětí by od místa zátěže směrem k vetknutí rostlo. Nosník stejné pevnosti se rozšiřuje od místa působící síly směrem k vetknutí. Tímto způsobem je zajištěno, že ohybové napětí je po délce nosníku konstantní. Nosník může být kombinací části o konstantním napětí a části o konstantní šířce, takový nosník je nazýván nosníkem částečně konstantní pevnosti (Obr. 7). Na základě analytického výpočtu byla na tomto nosníku ověřena přesnost vyhodnocovaných zbytkových napětí pomocí odvrtávací metody.



Obr. 7 - Nosník částečně konstantní pevnosti

Nosník částečně stejné pevnosti byl uchycen v zatěžovacím rámu jako vetknutý (utažený dvěma šrouby) a zatěžován silou na volném konci. Zatěžování je provedeno pomocí trnu, na který bylo přidáváno závaží.

Pro dodržení podmínky konstantní pevnosti při konstantní tloušťce musí platit vztah

$$b_0 = \frac{L + e}{e} \cdot b_1 . \quad (13)$$

Dosazením do vztahu (13) byla ověřena podmínka konstantní pevnosti

$$60 = \frac{90 + 30}{30} \cdot 15. \quad (14)$$

Na dvakrát vyžíhaném nosníku částečně konstantní pevnosti bylo provedeno měření zbytkových napětí odvrtávací metodou. Na nosník byly nalepeny dvě tenzometrické růžice typu A s označením RY 61 – 1,5/120S od firmy Hottinger a další dva tenzometry ve směru osy x a y souřadného systému nosníku (místo S na Obr. 7).

Pro vyhodnocení zbytkových napětí odvrtávací metodou je potřeba znát modul pružnosti v tahu a Poissonovo číslo. Pro určení těchto materiálových konstant je nutno vypočítat ohybové napětí na povrchu. Velikost ohybového napětí v části konstantní pevnosti se pro nosník zatížený silou $F = 196,2 \text{ N}$ určí podle vzorce

$$\sigma_o = \frac{12 \cdot F \cdot e \cdot h}{b_1 \cdot h^3} \cdot \frac{1}{2}. \quad (15)$$

Ohybové napětí je tedy rovno

$$\sigma_o = \frac{12 \cdot 196,2 \cdot 30}{15 \cdot 4,2^3} \cdot \frac{4,2}{2} = \mathbf{133,47 MPa}. \quad (16)$$

Z nejvzdálenějších tenzometrů (místo S na Obr. 7), které byly nejméně ovlivněny vetknutím, se odečetly hodnoty podélné deformace $\varepsilon_x = 6,73 \cdot 10^{-4}$ a příčné deformace $\varepsilon_y = 2,16 \cdot 10^{-4}$.

Za předpokladu jednoosého stavu napjatosti je modul pružnosti v tahu vyjádřen vztahem

$$E = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_x} = \frac{133,47}{6,73 \cdot 10^{-4}} = \mathbf{1,983 \cdot 10^5 MPa}. \quad (17)$$

Poissonovo číslo bylo určeno ze změřených poměrných deformací

$$\nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{2,16 \cdot 10^{-4}}{6,73 \cdot 10^{-4}} = \mathbf{0,321}. \quad (18)$$

Pro ověření výsledku z měření byl proveden analytický výpočet ohybového napětí v hloubce 0,61 mm pod povrchem

$$\sigma_o(0,61) = \frac{12 \cdot F \cdot e}{b_1 \cdot h^3} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,61 \right). \quad (19)$$

Dosazením do vztahu (19) dostáváme hodnotu ohybového napětí pod povrchem

$$\sigma_o(0,61) = \frac{12 \cdot 196,2 \cdot 30}{15 \cdot 4,2^3} \cdot \left(\frac{4,2}{2} - 0,61 \right) = \mathbf{94,7 MPa} . \quad (20)$$

Jedna růžice typu A se použila pro zjištění průběhu residuálních napětí v nezatíženém nosníku při postupném odvrtávání kruhového otvoru $\varnothing 1,6$ mm do hloubky 1,6 mm. Naměřené a vyhodnocené hodnoty dle normy ASTM E837 – 08 v hloubce 0,61 mm pod povrchem jsou zobrazeny v Tab. 1.

Hloubka [mm]	ε_a [μ S]	ε_b [μ S]	ε_c [μ S]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	τ_{xy} [MPa]
0,61	7,0	7,0	-4,0	39,4	12,7	112,5	29,2	22,8	13,0

Tab. 1 – Naměřené a vyhodnocené hodnoty na nezatíženém nosníku

Po vynulování tenzometrů bylo provedeno postupné odvrtávání u druhé růžice typu A při zatíženém nosníku. Byl odvrtáván kruhový otvor stejných rozměrů jako u první růžice. Hodnoty tohoto měření ve stejné hloubce jsou uvedeny v Tab. 2.

Hloubka [mm]	ε_a [μ S]	ε_b [μ S]	ε_c [μ S]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	τ_{xy} [MPa]
0,61	-98,0	-32,0	30,0	146,7	-18,2	-0,9	146,6	-18,0	-4,6

Tab. 2 – Naměřené a vyhodnocené hodnoty na zatíženém nosníku

První sloupce tabulky znázorňují hodnoty uvolněných poměrných deformací na jednotlivých tenzometrech v měřené hloubce. Z těchto hodnot jsou pak vyhodnocena hlavní napětí a úhel, který udává směry hlavních napětí. Dále jsou v tabulkách vyčísleny velikosti zbytkových napětí v závislosti na souřadném systému nosníku.

Tenzometrická měření byla provedena pomocí měřicí aparatury, která se skládá z přípravku RS – 200 pro vrtání kruhových otvorů, dvou přepínačů měřících míst SB – 1 a tří statických tenzometrických aparatur P – 3500. Všechna uvedená zařízení jsou od firmy Vishay.

Analyticky vypočtené hodnotě ohybového napětí v hloubce 0,61 mm by měl odpovídat rozdíl zbytkových napětí naměřených na zatíženém a nezatíženém nosníku ve směru osy x nosníku

$$\sigma_x(0,61) = 146,6 - 29,2 = \mathbf{117,4MPa} . \quad (21)$$

Procentuální odchylku mezi analyticky vypočtenou a naměřenou hodnotou určuje vztah

$$\delta = \frac{|\sigma_x(0,61) - \sigma_o(0,61)|}{|\sigma_o(0,61)|} \cdot 100 = \frac{|117,4 - 94,7|}{|94,7|} \cdot 100 = \mathbf{23,97\%} . \quad (22)$$

Z hodnot měření na nezatíženém nosníku je vidět, že i když byl nosník dvakrát vyžihán, pořád jsou v něm obsažena určitá zbytková napětí. Vyhodnocení residuálních napětí bylo provedeno integrální metodou dle normy ASTM E837 – 08. Pro srovnání vyhodnocených a analyticky vypočtených výsledků bylo vybráno místo v hloubce 0,61 mm pod povrchem. Odchylka mezi těmito hodnotami činí cca 24%. Velikost chyby se dá zohlednit faktem, že techniky vyhodnocování zbytkových napětí se neustále vyvíjejí a různé metodiky udávají dosti rozdílné výsledky. Vyhodnocené výsledky postupného odvrtávání se navíc aproximují polynomickou funkcí, takže v určitých místech pod povrchem dochází ke značnému přiblížení k analytickým výsledkům. Rozdíl mezi analytickým výpočtem a experimentálním měřením lze také vysvětlit nedodržením doporučení normy ASTM E837 – 08 pro měření nerovnoměrně rozloženého napětí v závislosti na tloušťce obrobku.

5. ÚVOD DO MKP - ZAHRNUTÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ DO VÝPOČTŮ

Metoda konečných prvků se stává velmi významným prostředkem pro numerickou analýzu mechanických vlastností konstrukce. Zatímco analytické metody jsou založeny na diferenciálním a integrálním počtu, metoda konečných prvků je založena na obecně méně známém počtu variačním.

Podstata metody spočívá v rozložení výpočtového modelu na menší (fiktivní) části, nazývané konečné prvky, jejichž analýza je poměrně snadná a pro většinu částí stejná. Pro tyto prvky je však nutno definovat podmínky tak, aby byla zajištěna rovnováha a kompatibilita konstrukce. Z těchto podmínek se vypočítají neznámé silové nebo deformační parametry.

Základní rovnice MKP se dá odvodit z principu virtuálních prací, metodou vážených reziduí nebo z principu minima potenciální energie systému. V diplomové práci je prezentováno odvození této rovnice z principu minima potenciální energie [5, 6].

Dosažením minima potenciální energie systému se zajišťuje stabilní rovnováha soustavy. Potenciální energie systému je vyjádřena pomocí deformační energie napjatosti a práce vnějších sil. Celková potenciální energie systému Π tělesa rozděleného na konečný počet prvků n se získá z příspěvků jednotlivých prvků

$$\Pi = \sum_{e=1}^n \Pi^{(e)}, \quad (23)$$

kde $\Pi^{(e)}$ je potenciální energie obecného prvku vyjádřena vztahem

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \{r\}^T [K^{(e)}] \{r\} - \{r\}^T \{R^{(e)}\}. \quad (24)$$

Matice $[K^{(e)}]$ označuje lokální matici tuhosti prvku, $\{r\}$ vyjadřuje vektor zobecněných posuvů a vektor $\{R^{(e)}\}$ symbolizuje lokální zatížení prvku. Celková potenciální energie systému Π je tedy dána vztahem

$$\Pi = \frac{1}{2} \{r\}^T \sum_{e=1}^n [K^{(e)}] \{r\} - \{r\}^T \sum_{e=1}^n \{R^{(e)}\}. \quad (25)$$

Minimum potenciální energie systému vyžaduje, aby první parciální derivace podle $\{r\}$ byla rovna nule, tedy

$$\left\{ \frac{\partial \Pi}{\partial \{r\}} \right\} = 0. \quad (26)$$

Po provedení derivace získáme základní rovnici metody konečných prvků pro statické úlohy ve tvaru

$$[K] \{r\} = \{R\}, \quad (27)$$

kde globální matice tuhosti $[K]$ a vektor pravé strany $\{R\}$ je dán součtem přes všechny prvky

$$[K] = \sum_{e=1}^n [K^{(e)}], \quad \{R\} = \sum_{e=1}^n \{R^{(e)}\}. \quad (28)$$

Tato rovnice však může být řešena až po aplikaci okrajových podmínek. Musí být zachycen příslušný počet stupňů volnosti podle dimenze úlohy, jinak je matice tuhosti singulární. Celkový vektor zobecněných uzlových sil prvku $\{R\}$ je vyjádřen pomocí uzlové síly od vnějšího plošného zatížení $\{R_p\}$, od počátečních deformací $\{R_\varepsilon\}$, od vneseného předpětí $\{R_\sigma\}$ a od vnější zobecněné uzlové síly $\{R_u\}$, tedy

$$\{R\} = \{R_p\} + \{R_\varepsilon\} - \{R_\sigma\} + \{R_u\}, \quad (29)$$

kde

$$\{R_p\} = \iint_{S_p} [N]^T \{p_z\} dS, \quad (30)$$

$$\{R_\varepsilon\} = \iiint_V [G]^T [C_T] \{\varepsilon_0\} dV, \quad (31)$$

$$\{R_\sigma\} = \iiint_V [G]^T \{\sigma_0\} dV. \quad (32)$$

Transformační matice $[G]$ se určí z rovnice

$$[G] = [\psi]^T [N]. \quad (33)$$

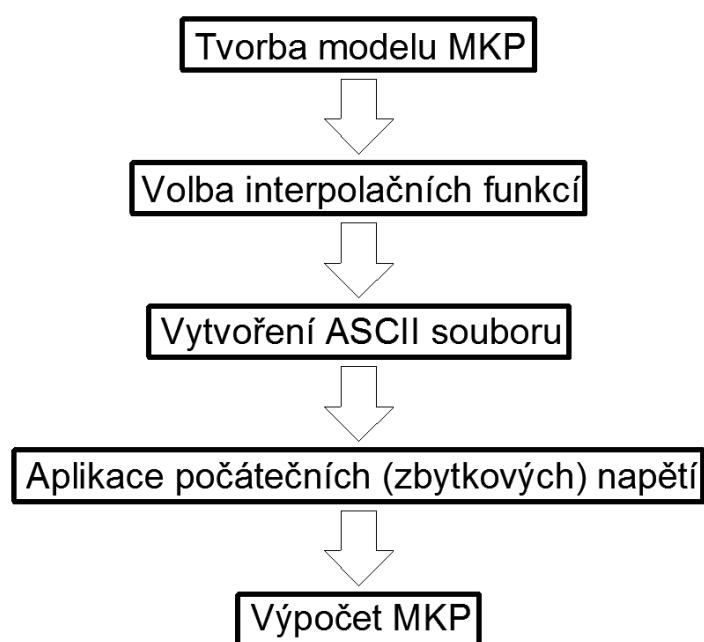
Maticí $[N]$ je označována matice tvarových funkcí, $[\psi]$ je operátorová matice a matice $[C_T]$ vyjadřuje tuhost materiálu. Dále je v předchozích rovnicích uveden vektor vnějšího plošného zatížení $\{p_z\}$, vektor počátečních deformací $\{\varepsilon_0\}$ a vektor vneseného předpětí $\{\sigma_0\}$.

Při řešení strukturálních úloh s využitím metody konečných prvků se zbytková napětí dají do výpočtů zahrnout v podstatě dvěma způsoby. První možnost vychází z celkového vektoru zobecněných uzlových sil prvku. Spočívá v zadání vyhodnocených hodnot zbytkových napětí, které byly získány z experimentálního měření například odvrtávací metodou, do vektoru vneseného předpětí. Předpokladem pro tento způsob je již znalost zbytkových napětí, a tudíž nutnost provést experiment. Tato metoda zahrnutí residuálních napětí jako počátečních napětí je platná pouze v případě, jestliže tato napětí vznikají důsledkem teplotních změn. Pokud se na vzniku podílí i deformace plastická (například válečkováním, kuličkováním), mohou být výsledky ovlivněné předchozí historií deformace. Druhá možnost využívá principu superpozice napětí. Oba přístupy budou ukázány v praktické části diplomové práce.

5.1 ZAHRNUTÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V PROGRAMU ANSYS

Výhodou programu ANSYS je jeho možnost používání externích souborů. Mezi nejběžnější operace s těmito soubory patří čtení vstupního souboru, zápis dat do ASCII (textových souborů), čtení dat z textových souborů a vkládání řetězců příkazů do spuštěného programu.

V diplomové práci (viz kapitola 6) byla zbytková napětí zahrnuta do výpočtů v programu ANSYS 12.1 ve formě počátečních napětí pomocí speciálního textového souboru (makra), ve kterém se předepisuje rozložení residuálních napětí na bandáži. Celá struktura procesu je zobrazena na obrázku níže (Obr. 8).



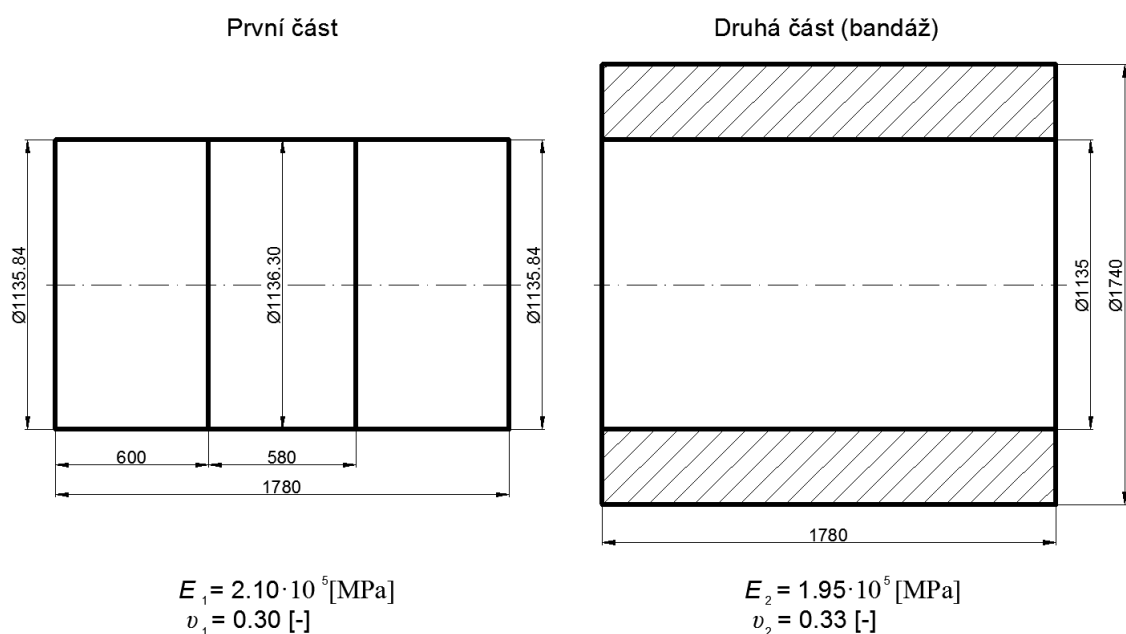
Obr. 8 - Schéma použité strategie v softwaru ANSYS

Tvorbou modelu MKP se rozumí souhrn příkazů v makru od počáteční volby prvku až po zadání okrajových podmínek. Rozložení zbytkových napětí po bandáži se pak aproximuje pomocí vhodných interpolačních funkcí, které je vhodné normovat na jedničku. Pro tento účel bylo vytvořeno další makro. Navržené rozložení zbytkových napětí se transformuje do polárního souřadného systému a hodnoty se zapisou do nově vytvořeného souboru (*.ist). Tento soubor je pak volán při načítání zbytkových napětí do modelu příkazem ISFILE v původním makru. Následuje nastavení analýzy a spuštění výpočtu. Použitá makra jsou obsažena v diplomové práci (viz kapitola 10). Je vhodné poznamenat, že navržené interpolační funkce byly v této práci ověřeny kontrolním výpočtem.

6. ÚVOD K ŘEŠENÍ PROBLÉMU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V PRAXI

V praktické části diplomové práce je řešen problém, s kterým se potýká společnost ArcelorMittal Ostrava a. s. Obecně se jedná o zbytková napětí, která vznikají technologickými operacemi a ovlivňují samotnou výrobu válců válcovacích stolic.

Tyto válce se totiž skládají ze dvou částí. První částí je plný válec vyrobený z houževnatého materiálu, který na obou koncích přechází v kužel. Druhá část je v podstatě dutý válec (bandáž), který je vyroben z materiálu otěruvzdorného. Pro dosažení požadovaných vlastností musí být bandáž vhodně tepelně zpracována. Po nalisování obou částí stejných délek, se pak mluví o bandážovaných válcích. Pro výpočet byly uvažovány rozměry a materiálové parametry částí bandážovaného válce uvedené na obrázku níže (Obr. 9).



Obr. 9 - Rozměry a materiálové parametry částí bandážovaného válce

Při výrobě bandážovaných válců vznikají značná zbytková napětí od tepelného zpracování, ale také napětí od nalisování. Napětí od nalisování a obvodové napětí na povrchu bandáže bylo pro kontrolu numerických výsledků určeno také analyticky. V diplomové práci se zjednodušeně předpokládá, že vznik zbytkových napětí v bandáži je způsoben jen důsledkem nerovnoměrného ohřevu a ochlazení. Na povrchu bandáže byla po tepelném zpracování provedena čtyři měření odvrtávací metodou. Z měření byly vyhodnoceny velikosti zbytkových napětí, které byly ve formě makra aplikovány do modelu v programu ANSYS 12. 1. Dosažené výsledky metodou konečných prvků byly srovnány s výsledky z dalšího měření na bandáži, které se provedlo až po nalisování.

6.1 ANALYTICKÝ VÝPOČET TLAKU A NAPĚTÍ OD NALISOVÁNÍ

Výpočet byl proveden ze známých rozměrů a materiálových parametrů (viz Obr. 9) na základě teorie tlustostěnných nalisovaných nádob [3]. Dosažené výsledky jsou uvažovány v místech, kde první část má válcovitý tvar.

Obvodové napětí na vnějším povrchu bandáže se vypočte

$$\sigma_t(\emptyset 1740) = \frac{1,95 \cdot 10^5 \cdot 1135}{1740^2} \cdot (1136,3 - 1135) = \mathbf{95,03 MPa} . \quad (34)$$

Obvodové napětí na vnitřním povrchu bandáže je dáno vztahem

$$\sigma_t(\emptyset 1135) = \frac{1,95 \cdot 10^5 \cdot (1740^2 + 1135^2)}{2 \cdot 1135 \cdot 1740^2} \cdot (1136,3 - 1135) = \mathbf{159,19 MPa} . \quad (35)$$

Tlak od nalisování se určí ze vzorce

$$p_k = \frac{(1136,3 - 1135)}{\left[\frac{1135}{1,95 \cdot 10^5} \left(\frac{1135^2 + 1740^2}{1740^2 - 1135^2} + 0,33 \right) + \frac{1135}{2,1 \cdot 10^5} (1 - 0,3) \right]} = \mathbf{64,53 MPa} . \quad (36)$$

Vypočtené hodnoty tlaku v kontaktu a obvodového napětí na povrchu bandáže jsou pro přehlednost zobrazeny v Tab. 3.

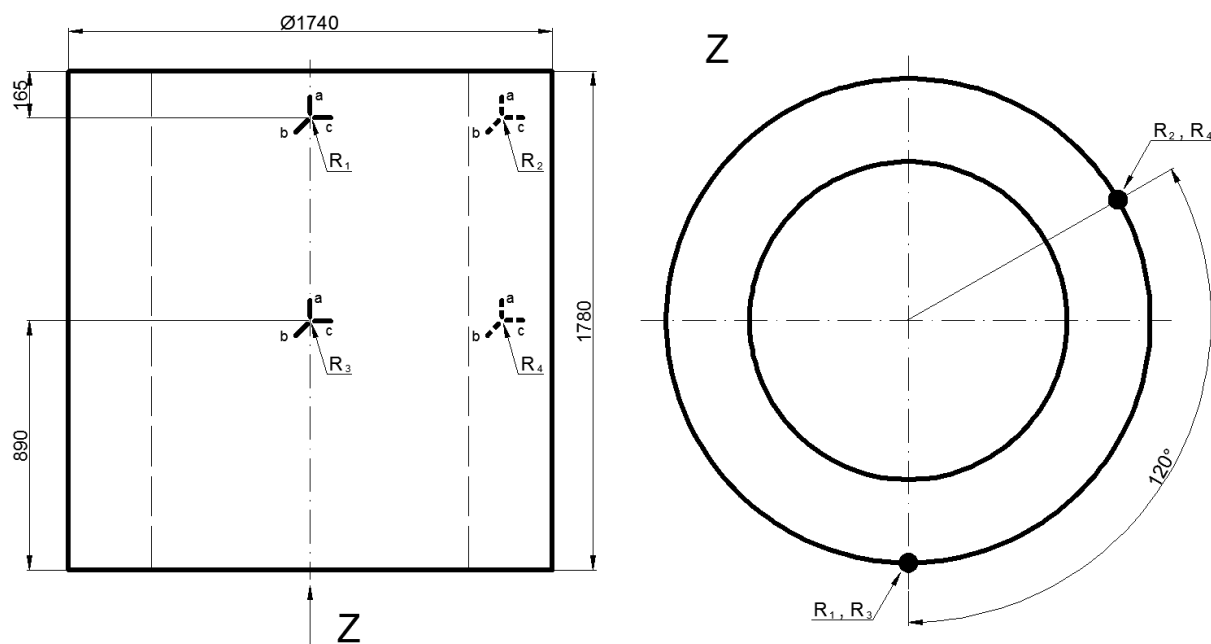
Místo a porovnávaná veličina	Analyticky vypočtená hodnota [MPa]
Obvodové napětí na vnějším povrchu bandáže	95,03
Obvodové napětí na vnitřním povrchu bandáže	159,19
Tlak v kontaktní ploše	64,53

Tab. 3 – Analyticky vypočtené hodnoty po nalisování

Analyticky určené hodnoty obvodového napětí na vnitřním a vnějším povrchu bandáže a tlaku po nalisování se porovnají s výsledky numerickými. Numerický výpočet byl proveden metodou konečných prvků v programu ANSYS 12. 1, kde nalisování bylo simulováno pomocí kontaktu. Tyto výsledky jsou uvedeny v diplomové práci v podkapitolách 6.3.2 a 6.4.2.

6.2 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ NA BANDÁŽI

Jelikož výpočet zbytkových napětí v bandáži po tepelném zpracování by byl problematický, přistoupilo se k jejich měření. Měření bylo realizováno pomocí odvrtávací metody na povrchu stojící bandáže ve čtyřech místech označených R_1 až R_4 (Obr. 10). Kde místa R_1 a R_2 odpovídají nalepeným tenzometrům vzdáleným 165 mm od kraje bandáže, které jsou vzájemně pootočené o 120° . Obdobně je tomu tak i pro místa R_3 a R_4 , které jsou umístěny uprostřed bandáže. Tenzometry jsou označeny v záporném směru hodinových ručiček prvními písmeny abecedy.



Obr. 10 - Rozmístění tenzometrů na vnějším povrchu bandáže [10]

K experimentu posloužily tenzometrické růžice typu A s označením RY 61 – 1,5/120S. Postupně byly odvrtány kruhové otvory $\varnothing 1,6$ mm do hloubky 1,6 mm. Vyhodnocení zbytkových napětí se provedlo na základě normy ASTM E837 – 08 (Tab. 4).

Místo	ε_a [μ S]	ε_b [μ S]	ε_c [μ S]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [$^\circ$]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_{red} [MPa]
R_1	94	116	107	-141	-160	-34	-147	-154	-152
R_2	80	194	242	-193	-290	-11	-197	-286	-256
R_3	124	125	105	-164	-180	114	-177	-166	-172
R_4	144	215	206	-234	-290	-26	-245	-280	-267

Tab. 4 - Zbytková napětí na vnějším povrchu bandáže po tepelném zpracování

Tab. 4 nejdříve uvádí hodnoty uvolněných poměrných deformací na jednotlivých tenzometrech, z kterých jsou vyhodnocena hlavní napětí. Směry hlavních napětí udává úhel α , který je brán v kladném smyslu hodinových ručiček od středu tenzometru a. Dále jsou v tabulce uvedeny hodnoty zbytkových napětí v osovém a tečném směru bandáže. V posledním sloupci je zobrazena hodnota redukovaného napětí, spočtena dle hypotézy Huber – Mises - Hencky (dále jen HMM).

Po nalisování bylo na bandážovaném válci ležícím ve vodorovné poloze provedeno další měření zbytkových napětí odvrátací metodou. Měření se uskutečnilo v těsné blízkosti míst před bandážováním. Tato místa jsou v diplomové práci označována R_{11} , R_{22} , R_{33} a R_{44} . Pro tento experiment byly použity stejné tenzometrické růžice jako v prvním případě. Naměřené a vyhodnocené hodnoty jsou zobrazeny v Tab. 5.

Místo	ε_a [μ S]	ε_b [μ S]	ε_c [μ S]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_{red} [MPa]
R_{11}	137	64	6	-71	-144	86	-144	-71	-124
R_{22}	163	132	122	-201	-226	76	-225	-202	-215
R_{33}	145	160	-43	-24	-129	93	-128	-25	-118
R_{44}	188	107	52	-142	-218	85	-218	-142	-192

Tab. 5 - Zbytková napětí na vnějším povrchu bandáže po nalisování

Naměřených hodnot bylo dosaženo měřicí aparaturou, která se skládá z přípravku RS – 200 pro vrtání kruhových otvorů, dvou přepínačů měřících míst SB – 1 a tří statických tenzometrických aparatur P – 3500. Všechna uvedená zařízení jsou od firmy Vishay [10].

I když je z ekonomických důvodů počet měřených míst malý, z výsledků se dá usoudit několik zajímavých závěrů. Z obou tabulek (Tab. 4 a Tab. 5) je patrné, že hodnoty poměrných deformací jsou kladné, až na jednu výjimku. Z čehož se dá předpokládat, že v měřených místech jsou přítomna tlaková napětí. Vyhodnocené hodnoty napětí v obvodovém a tečném směru tepelně zpracované bandáže jsou dosti nepravidelné, i když se jedná o rotačně symetrickou součást. Za zmínku také stojí fakt, že u měření po nalisování (Tab. 5) se úhel α přibližuje pravému úhlu, což by znamenalo, že algebraicky větší hlavní napětí je přibližně ve směru tenzometru c (viz Obr. 10).

6.3 NUMERICKÝ VÝPOČET MKP – OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

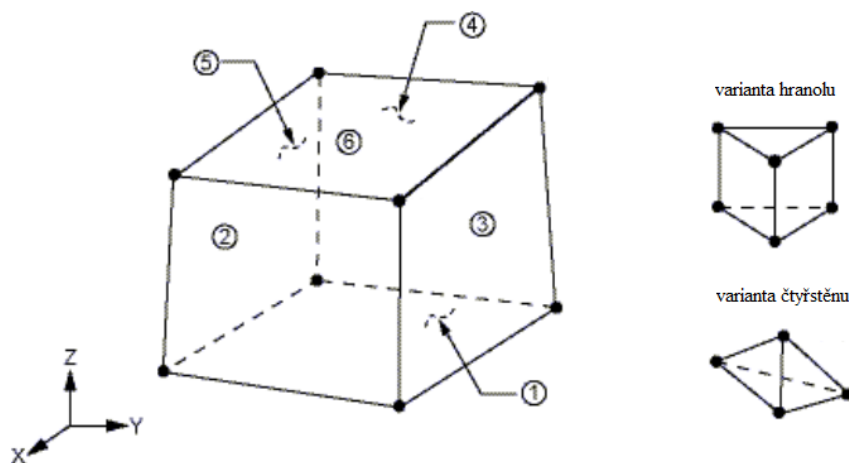
Numerický výpočet metodou konečných prvků v programu ANSYS 12.1 byl proveden za účelem ověření naměřených výsledků zbytkových napětí na bandáži po nalisování, kontrole kontaktního tlaku mezi oběma částmi bandážovaného válce a především k získání nových poznatků týkajících se problematiky bandážovaných válců. Výpočetní postup je zpracováván formou makra, kde se dají snadno měnit vstupní data, tudíž by mohl být uplatněn i k řešení případů s podobnou problematikou. Makra, která byla použita k výpočtu, jsou uvedena v příloze diplomové práce (viz kapitola 10).

Z měření je patrné, že zbytková napětí jsou po bandáži rozprostřena značně nerovnoměrně, proto byl nejdříve vytvořen výpočtový model symbolizující jen osminu bandážovaného válce. Na tomto modelu bylo provedeno porovnání pouze pro dvě měření v místech R_{11} a R_{33} , kde byly nalepeny tenzometrické růžice typu A (viz Obr. 10).

Obrázky prezentující výsledky výpočtu v této kapitole jsou natočeny tak, že levá část zobrazeného pohledu (cca třetina) odpovídá válcovitému úseku v kontaktu, který dále ve směru osy z (na obrázcích znázorněna modře) přechází v kuželový úsek.

6.3.1 Popis modelu

Výpočtový model se tedy skládá ze dvou částí. Pro obě části byl použit prvek SOLID185 (Obr. 11).

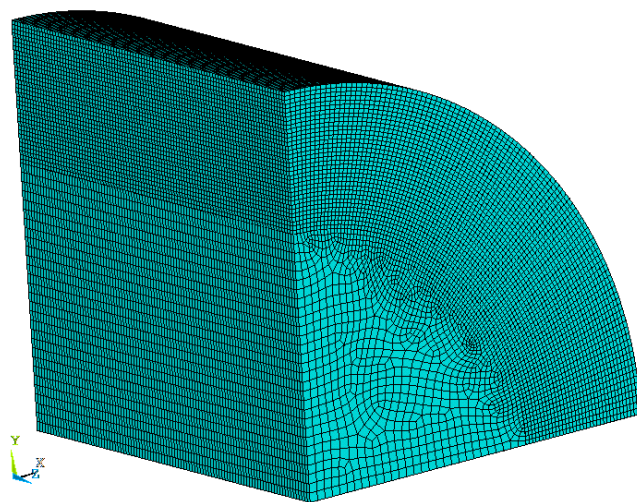


Obr. 11 - Prvek SOLID185 [9]

Tento šestistěnný element je vhodný pro prostorové modelování pevných struktur. Při používání v nepravidelných oblastech je umožněna jeho degenerace na hranol nebo čtyřstěn. Prvek je k dispozici ve strukturální nebo vrstvené formě. Je definován osmi uzly, z nichž každý má tři stupně volnosti (posuvy ve směrech osy x , y a z). Číslicemi v kroužku jsou na obrázku označeny možné směry zatěžování elementu [9].

Oběma částem modelu byly přiřazeny rozměry a materiálové parametry uvedené na začátku kapitoly (viz Obr. 9). Materiál byl uvažován lineární, izotropní a elastický.

Tvorba sítě konečných prvků je ovlivněna faktem, že je zapotřebí aplikovat naměřená zbytková napětí po tepelném zpracování do vymodelované bandáže. Děje se tak za pomoci speciálního makra, ve kterém jsou hodnoty zbytkových napětí zadávány na středy prvků. Toto řešení není úplně ideální, neboť hodnoty požadovaných zbytkových napětí jsou dosti ovlivněny velikostí elementu. Takže při hrubší výpočetní síti vznikají značné odlišnosti mezi požadovanými a skutečnými hodnotami residuálních napětí na bandáži. Z těchto důvodů byla vytvořena jemnější mapovaná síť na bandáži. Druhou část modelu pokrývá oproti bandáži hrubší síť, která je v blízkosti kontaktní plochy zhuštěna. Celková výpočetní síť je složena ze 484700 prvků a ze 490860 uzlů (Obr. 12).

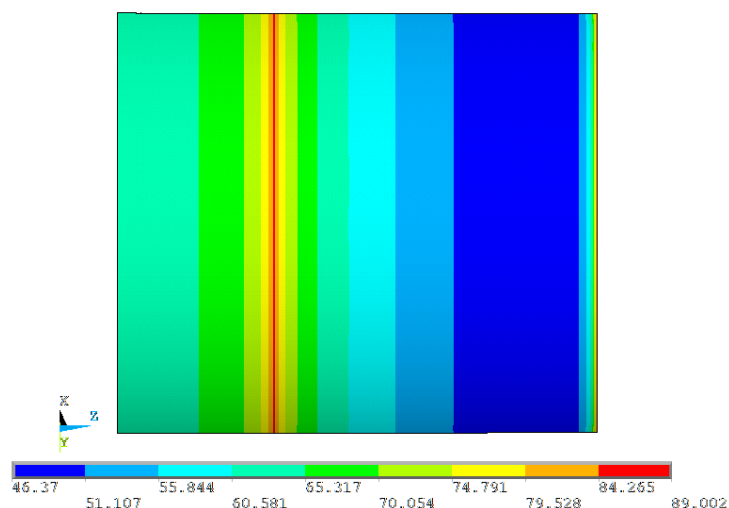


Obr. 12 - Hustota konečnoprvkové sítě pro osminu modelu

Nalisování bylo simulováno kontaktem mezi oběma částmi modelu [11]. Při nastavení výpočtu nebyl uvažován třecí koeficient a byla zvolena metoda Lagrangeových multiplikátorů. Jelikož byla modelována pouze osmina skutečného válce, bylo nutné přiřadit oběma částem modelu tři okrajové podmínky symetrie. Na čelní plochu menší části, kde nebyla aplikována okrajová podmínka symetrie, bylo definováno vetknutí.

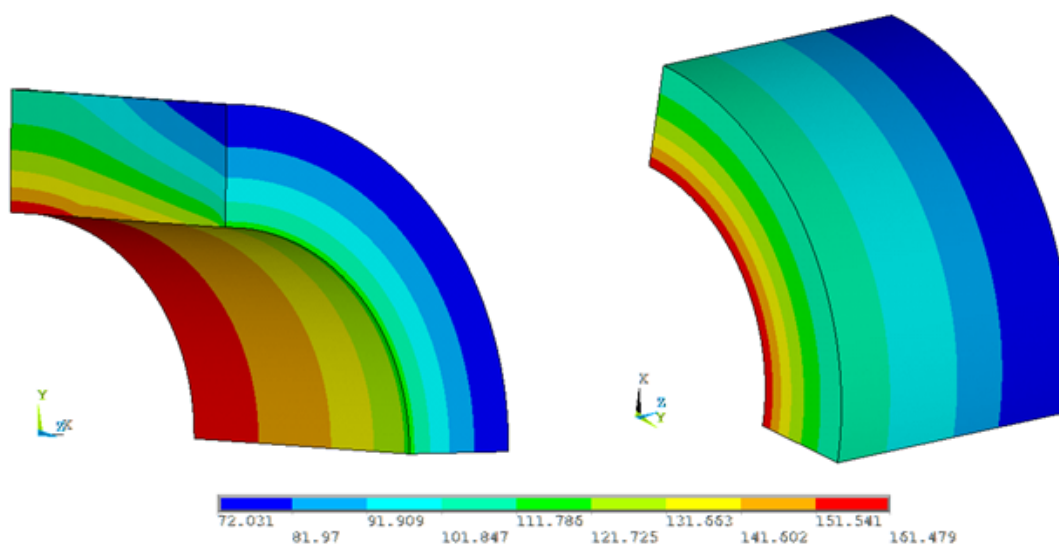
6.3.2 Ověření modelu

Ověření spočívá v kontrole dosaženého tlaku v kontaktní ploše a obvodového napětí na povrchu bandáže bez zahrnutí zbytkových napětí. Obrázek níže znázorňuje rozložení tlaku v kontaktní ploše (Obr. 13).



Obr. 13 – Rozložení tlaku [MPa] v kontaktní ploše

Z výsledků v uzlech, které odpovídají přechodovému místu mezi válcovitým a kuželovitým úsekem menší části, byla určena velikost tlaku 85,70 MPa. Od tohoto místa doprava tlak postupně klesá až na hodnotu 46,37 MPa. Maximální hodnota tlaku, která se nachází na okraji vpravo, je ovlivněna okrajovými podmínkami. Na dalším obrázku je uvedeno rozložení obvodového napětí na povrchu bandáže (Obr. 14).



Obr. 14 – Rozložení obvodového napětí [MPa] na povrchu bandáže (2 pohledy)

Výsledky dosažené numerickou metodou v uzlech, jejichž poloha odpovídá počátku válcovitého úseku v kontaktu, byly v následující tabulce porovnány s analyticky vypočtenými hodnotami (Tab. 6).

Místo a porovnávaná veličina	Numericky vypočtená hodnota [MPa]	Analyticky vypočtená hodnota [MPa]	Odchylka δ [%]
Obvodové napětí na vnějším povrchu bandáže	102,46	95,03	7,82
Obvodové napětí na vnitřním povrchu bandáže	161,48	159,19	1,44
Tlak v kontaktní ploše	63,48	64,53	1,63

Tab. 6 – Porovnání analytických a numerických výsledků

Pro výpočet odchylky porovnávaných veličin byl použit vztah

$$\delta = \frac{|\text{numericky vypočtená hodnota} - \text{analyticky vypočtená hodnota}|}{|\text{analyticky vypočtená hodnota}|} \cdot 100. \quad (37)$$

Podle vztahu (37) bude počítána i odchylka u modelu čtvrtiny bandážovaného válce.

Z dosažených výsledků je patrné, že numericky vypočtené hodnoty se téměř shodují s hodnotami vypočtenými analyticky. Odchylka pro všechny uvedené případy nepřekračuje 8%. Z čehož byl vyvozen závěr, že simulování nalisování pomocí kontaktu bylo vhodné.

6.3.3 Volba interpolačních funkcí

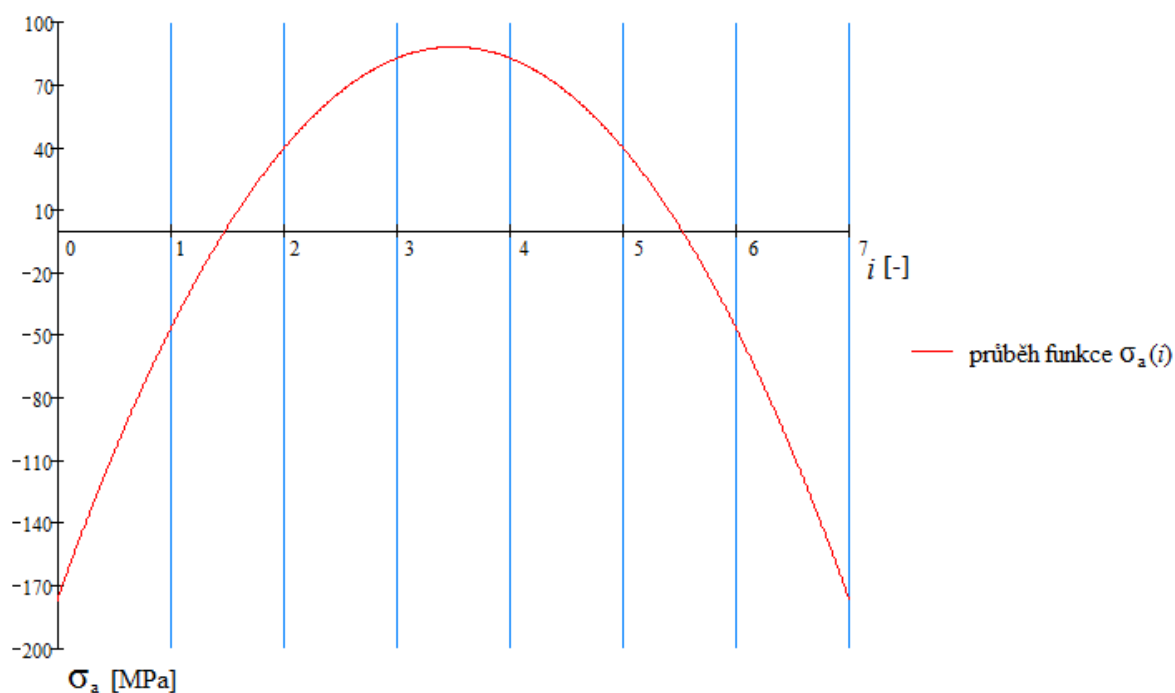
V dalším postupu bylo snahou navrhnout rozložení zbytkových napětí v modelu bandáže tak, aby se podobalo skutečnému napětí po tepelném zpracování bandáže. Z tohoto hlediska se vycházelo z naměřených hodnot residuálních napětí na vnějším povrchu bandáže a ze znalosti průběhu zbytkových napětí po tepelném zpracování (viz podkapitola 2.1). Z těchto údajů byla navržena kvadratická funkce rozložení zbytkových napětí v osovém a tečném směru bandáže, za splnění podmínky, že je výslednice vnitřních sil po celém průřezu nulová.

Tato napětí jsou do výpočtového modelu zahrnuta pomocí speciálního makra, ve kterém je tloušťka bandáže pomyslně rozdělena na několik intervalů i s konstantním krokem. Do každého intervalu jsou pak zadávány hodnoty napětí ve směru podélné osy a ve směru tečny k obvodu bandáže.

Pro návrh kvadratické funkce se vycházelo z místa R_3 , kterému odpovídá hodnota osového napětí $\sigma_a = -177$ MPa a hodnota obvodového napětí $\sigma_t = -166$ MPa. Navržená funkce pro rozložení osového napětí má tvar

$$\sigma_a(i) = -21,67 \cdot i^2 + 151,71 \cdot i - 177. \quad (38)$$

Průběh této funkce je zobrazen na následujícím obrázku (Obr. 15).



Obr. 15 – Funkce rozložení osového napětí podél tloušťky bandáže

Hodnoty napětí v daných intervalech, které symbolizují rozložení osového napětí podél tloušťky bandáže, jsou uvedeny v Tab. 7.

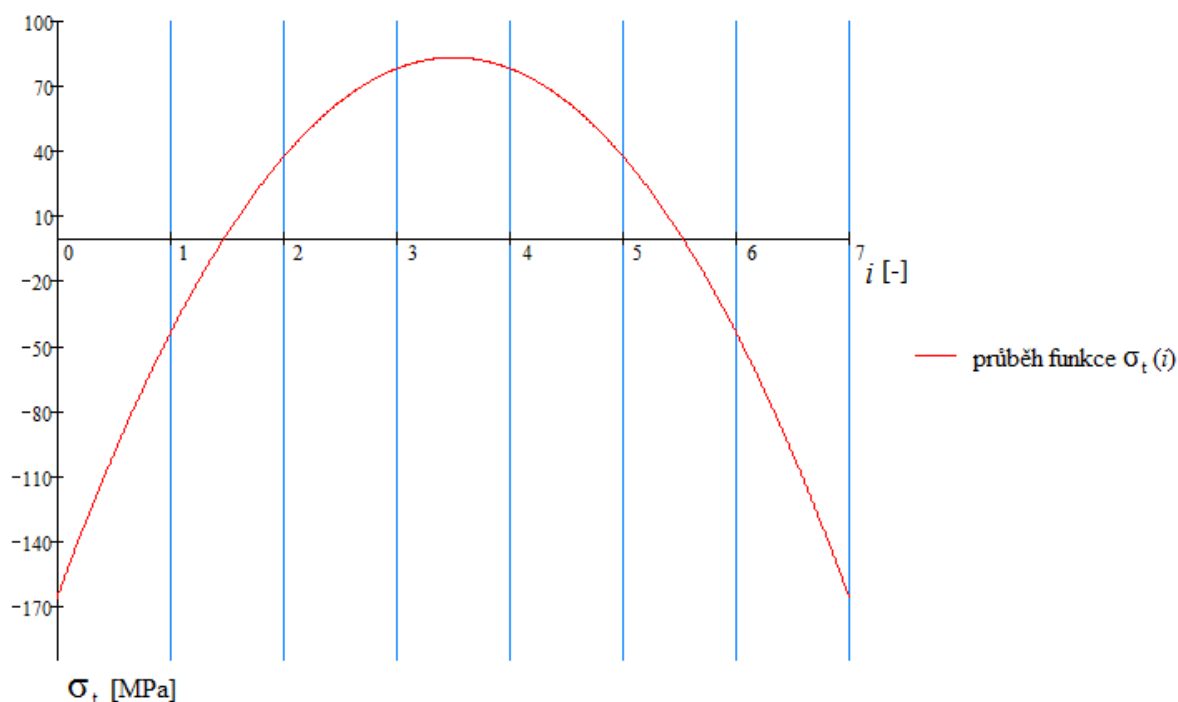
Interval i [-]	0	1	2	3	4	5	6	7
Osové napětí σ_a [MPa]	-177,00	-46,96	39,74	83,09	83,09	39,75	-46,94	-176,98

Tab. 7 - Hodnoty osového napětí v daných intervalech

Obdobně byla odvozena funkce pro rozložení obvodového napětí, jejíž tvar je

$$\sigma_t(i) = -20,33 \cdot i^2 + 142,29 \cdot i - 166. \quad (39)$$

Průběh funkce rozložení obvodového napětí podél tloušťky bandáže znázorňuje Obr. 16.



Obr. 16 – Funkce rozložení obvodového napětí podél tloušťky bandáže

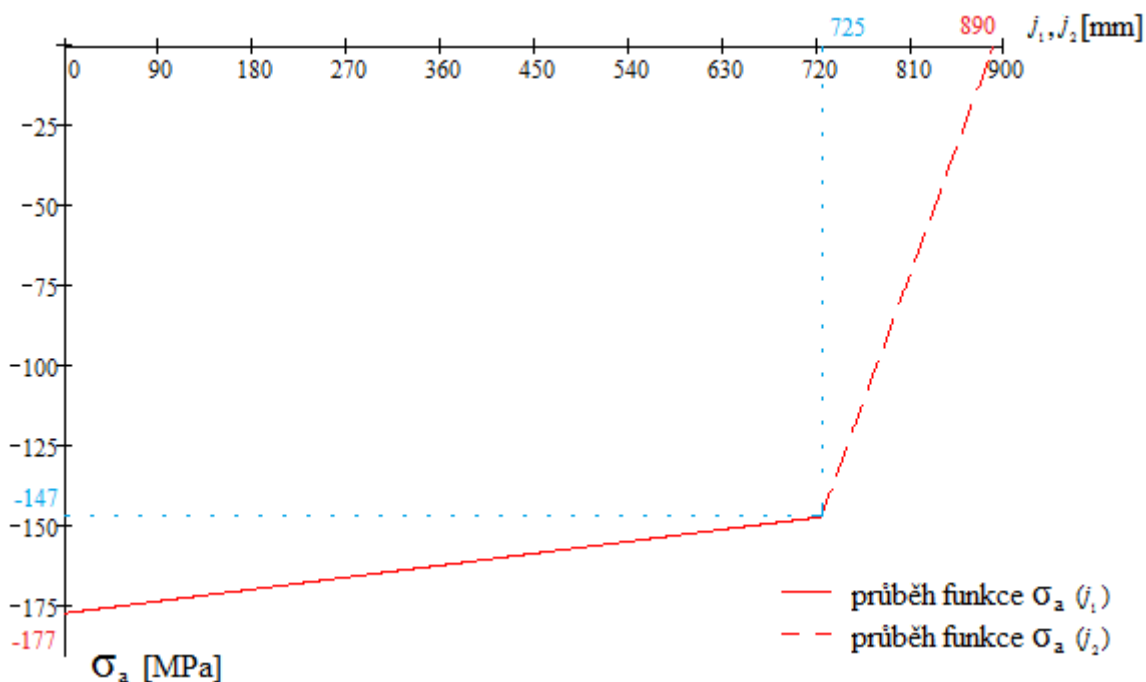
Hodnoty obvodového napětí, které byly zadávány do numerického výpočtu v konkrétních intervalech, udává Tab. 8.

Interval i [-]	0	1	2	3	4	5	6	7
Obvodové napětí σ_t [MPa]	-166,00	-44,04	37,26	77,92	77,91	37,26	-44,06	-166,02

Tab. 8 - Hodnoty obvodového napětí v daných intervalech

Naměřené hodnoty osového a obvodového napětí v místech R_3 a R_1 jsou odlišné. Místo R_1 je vzdáleno 725 mm od místa R_3 a byly v něm naměřeny následující hodnoty osového napětí $\sigma_a = -147$ MPa a obvodového napětí $\sigma_t = -154$ MPa. Vzhledem k tomuto faktu byly navrženy další dvě funkce, které odpovídají změnám těchto napětí po délce bandáže.

Pro návrh funkce rozložení osového napětí po délce této bandáže se tedy vycházelo z naměřených hodnot v místech R_1 a R_3 a ze skutečnosti, že na povrchu je toto napětí nulové. Z těchto dat jsou známy v podstatě tři body, kterými byla proložena bilineární funkce (Obr. 17).



Obr. 17 – Funkce rozložení osového napětí po délce bandáže

Tato funkce pak byla normována na jedničku a zahrnuta do zmiňovaného makra. První část této normované funkce udává rozložení osového napětí na délce j_1 , které odpovídá vzdálenosti od měřicího místa R_3 k místu R_1 , její tvar je

$$\sigma_a(j_1) = -2,34 \cdot 10^{-4} \cdot j_1 + 1. \quad (40)$$

Druhá část funkce definuje rozložení tohoto napětí od místa R_1 po okraj bandáže (délka j_2) a je předepsána tvarem

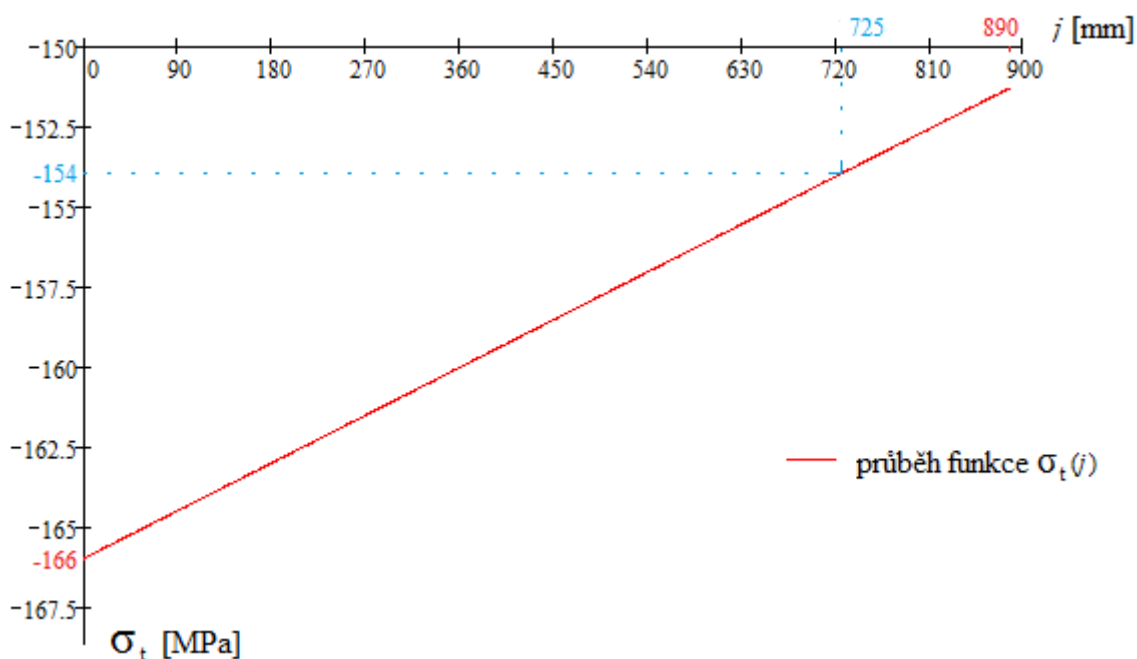
$$\sigma_a(j_2) = -5,03 \cdot 10^{-3} \cdot j_2 + 4,48. \quad (41)$$

Pro rozložení obvodového napětí po délce bandáže byla předepsána lineární funkce, která je určena pouze hodnotami z měření zbytkových napětí.

Do makra byla zahrnuta v normovaném tvaru

$$\sigma_t(j) = -9,97 \cdot 10^{-5} \cdot j + 1. \quad (42)$$

Funkci (42) v základním tvaru odpovídá průběh, který je zobrazen na Obr. 18.

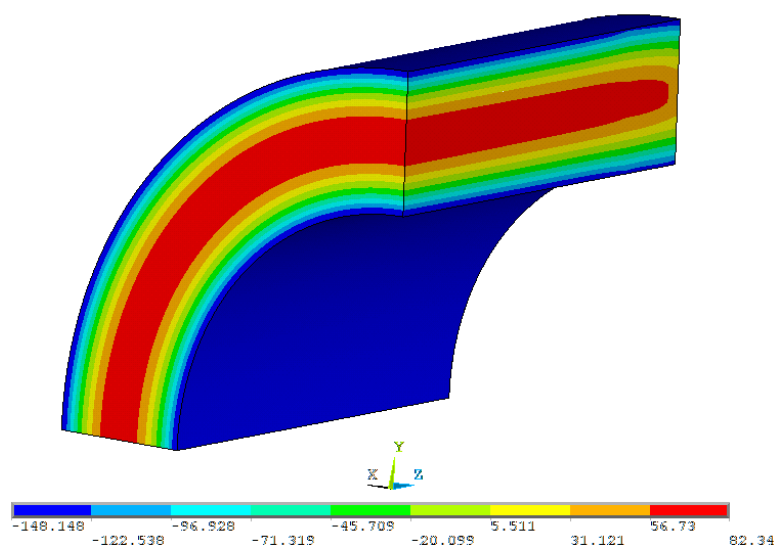


Obr. 18 – Funkce rozložení obvodového napětí po délce bandáže

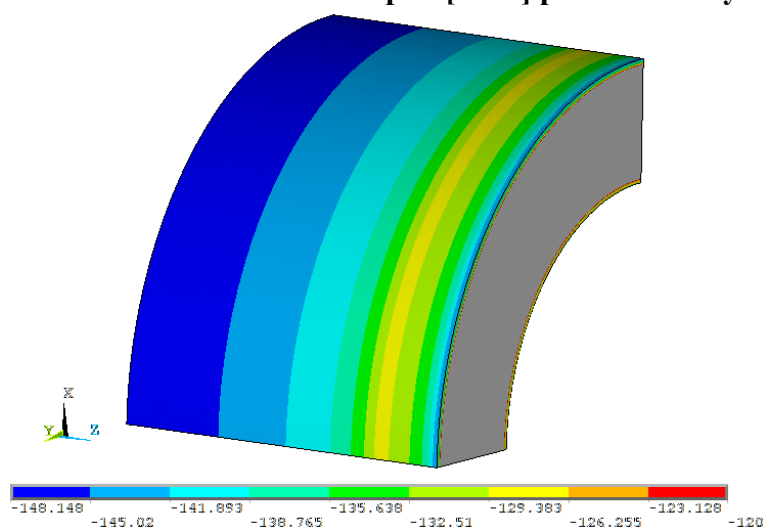
6.3.4 Aplikace počátečních napětí

Pro výpočet byl uvažován pouze model bandáže, kterému byly přiřazeny příslušné okrajové podmínky symetrie. Pomocí makra byla do modelu zahrnuta počáteční zbytková napětí, jejichž rozložení udávají navržené interpolační funkce (viz podkapitola 6.3.3).

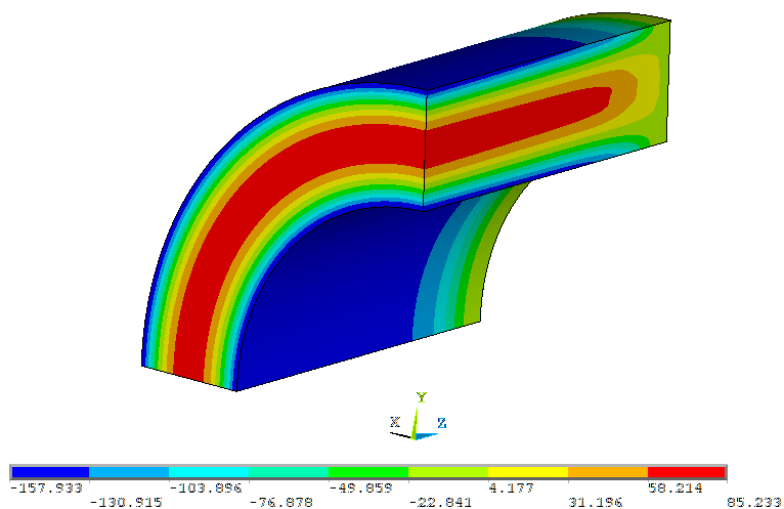
Na takto připraveném modelu bandáže byl proveden zkušební přepočít rozložení počátečních zbytkových napětí (viz obrázky dále), ze kterého byla zjištěna chyba způsobená velikostí elementu. S touto chybou je třeba počítat i při dalším vyhodnocování výsledků.



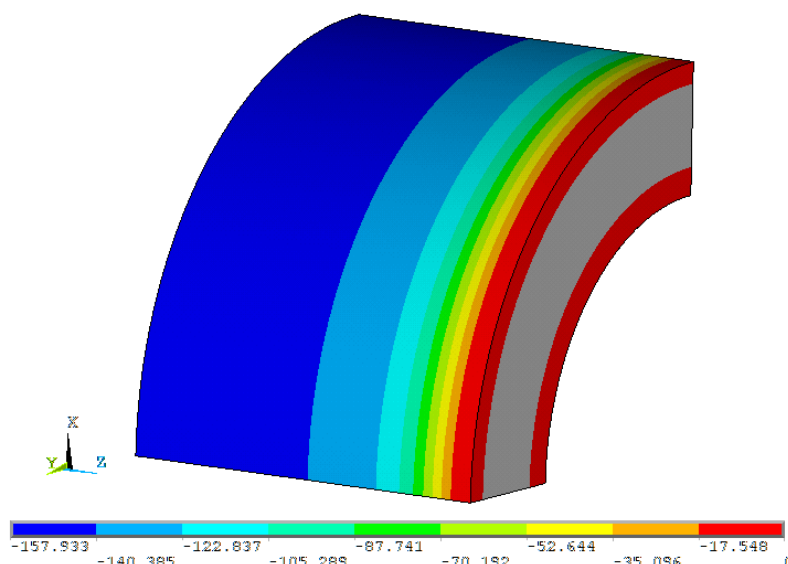
Obr. 19 - Rozložení obvodového napětí [MPa] podél tloušťky bandáže



Obr. 20 - Rozložení obvodového napětí [MPa] po délce bandáže

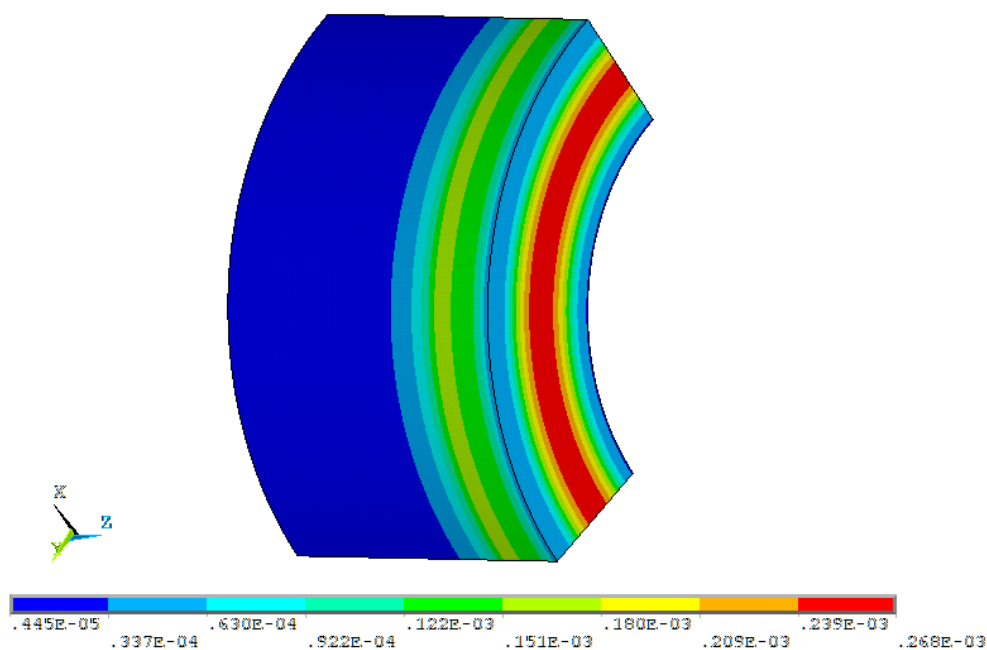


Obr. 21 - Rozložení osového napětí [MPa] podél tloušťky bandáže



Obr. 22 - Rozložení osového napětí [MPa] po délce bandáže

Na následujícím obrázku je znázorněna poměrná elastická deformace dle hypotézy HMM.



Obr. 23 – Poměrná elastická deformace [-] dle hypotézy HMM

Z obrázku prezentujícího výsledek poměrné deformace (Obr. 23) je patrné, že numericky vypočtené hodnoty napětí v místě R_3 nejsou ovlivněny vzniklou deformací, zatímco místo R_1 může být částečně ovlivněno.

Následující tabulka udává odlišnosti mezi požadovanými hodnotami zbytkových napětí, které byly naměřeny na vnějším obvodu bandáže po tepelném zpracování a numericky získanými hodnotami napětí poblíž těch míst, kde bylo provedeno měření. Odchylky a rozdíly porovnávaných veličin se pro model osminy i čtvrtiny bandážovaného válce určily ze vztahů

$$\delta = \frac{|\text{vypočítaná hodnota} - \text{požadovaná hodnota}|}{|\text{požadovaná hodnota}|} \cdot 100, \quad (43)$$

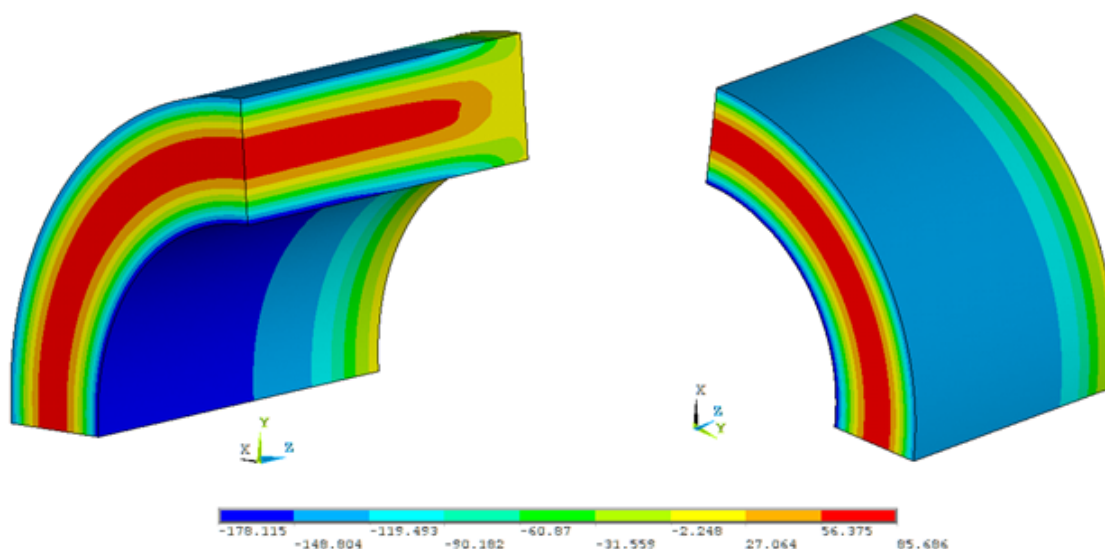
$$\Delta = |\text{požadovaná hodnota} - \text{vypočítaná hodnota}|. \quad (44)$$

Místo	Vypočítané hodnoty		Požadované hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁	-97,63	-127,96	-147,00	-154,00	33,59	16,91	49,37	26,04
R ₃	-156,70	-148,15	-177,00	-166,00	11,47	10,75	20,30	17,85

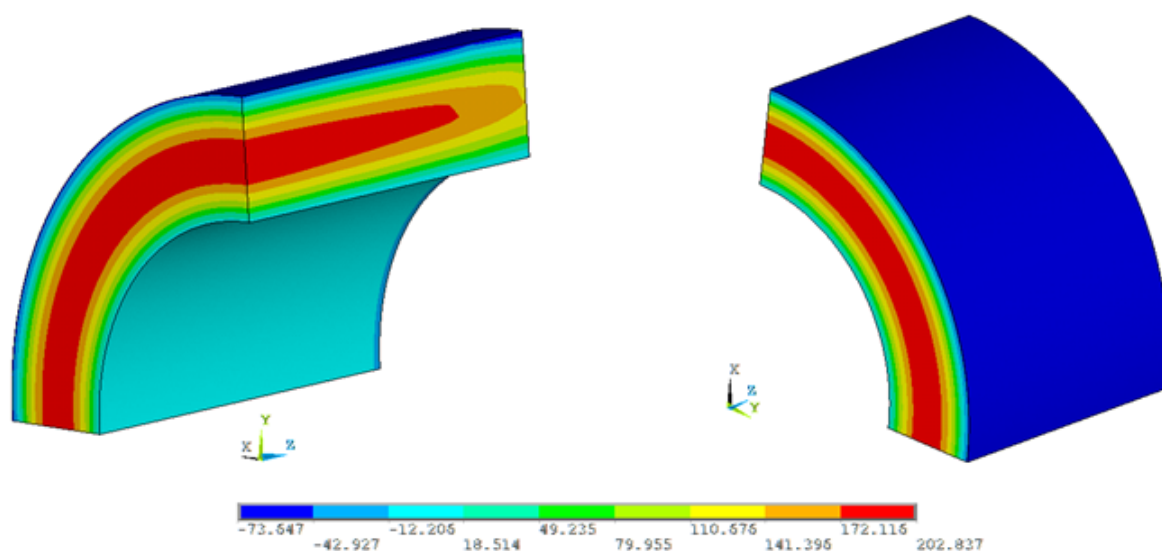
Tab. 9 - Porovnání vypočítaných a požadovaných hodnot napětí před nalisováním

6.3.5 Výsledky kompletní simulace

První způsob zahrnutí zbytkových napětí do výpočtů MKP je založen na návrhu interpolačních funkcí, které definují průběh rozložení zbytkových napětí ve výpočetním modelu bandáže. Po simulaci nalisování získáváme konečné výsledky napětí na bandáži.

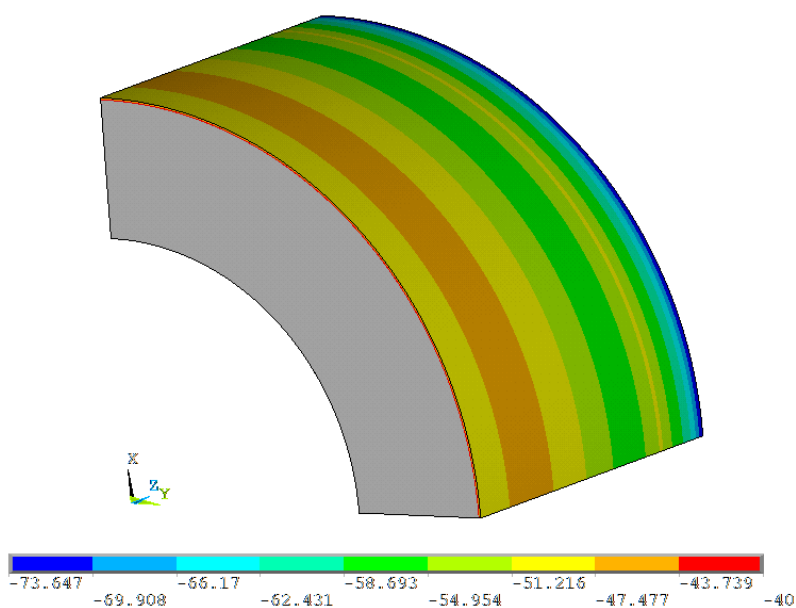


Obr. 24 - Rozložení osového napětí [MPa] po kompletní simulaci (2 pohledy)



Obr. 25 - Rozložení obvodového napětí [MPa] po kompletní simulaci (2 pohledy)

Rozložení obvodového napětí na vnějším povrchu bandáže není z Obr. 25 patrné z důvodu velikosti rozsahu hodnot napětí. Proto je rozložení napětí zobrazeno ještě jednou v menším rozsahu hodnot napětí na Obr. 26.



Obr. 26 – Rozložení obvodového napětí [MPa] při menším rozsahu hodnot napětí

Numerické výsledky získané po kompletní simulaci byly porovnány s naměřenými hodnotami napětí po bandážování v Tab. 10. Hodnoty napětí byly získány z uzlů, které se nalézaly na vnějším povrchu modelu bandážovaného válce v těsné blízkosti míst měření. Pro model osminy i čtvrtiny bandážovaného válce byly odchylky a rozdíly porovnávaných veličin určeny ze vztahů

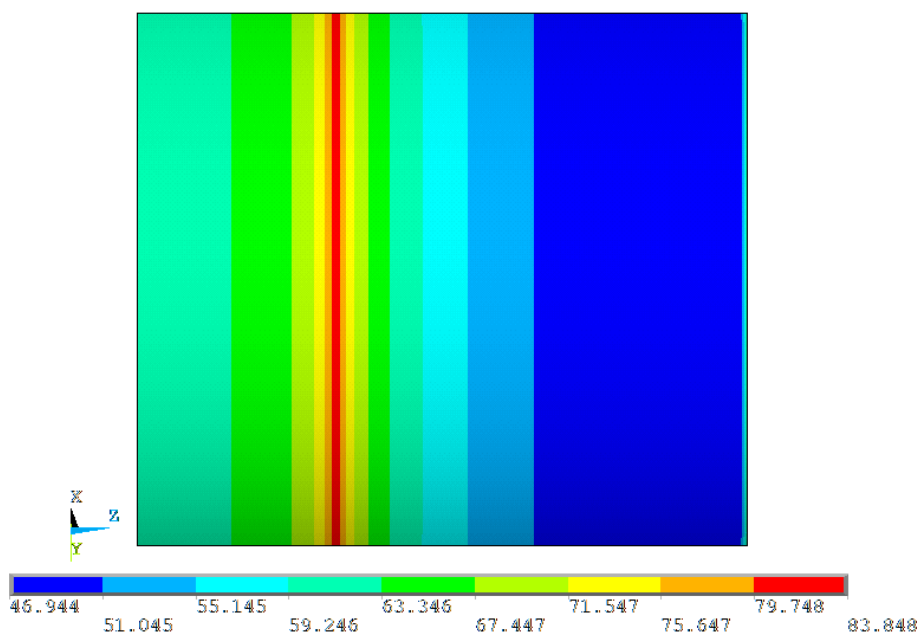
$$\delta = \frac{|\text{vypočítaná hodnota} - \text{naměřená hodnota}|}{|\text{naměřená hodnota}|} \cdot 100, \quad (45)$$

$$\Delta = |\text{naměřená hodnota} - \text{vypočítaná hodnota}|. \quad (46)$$

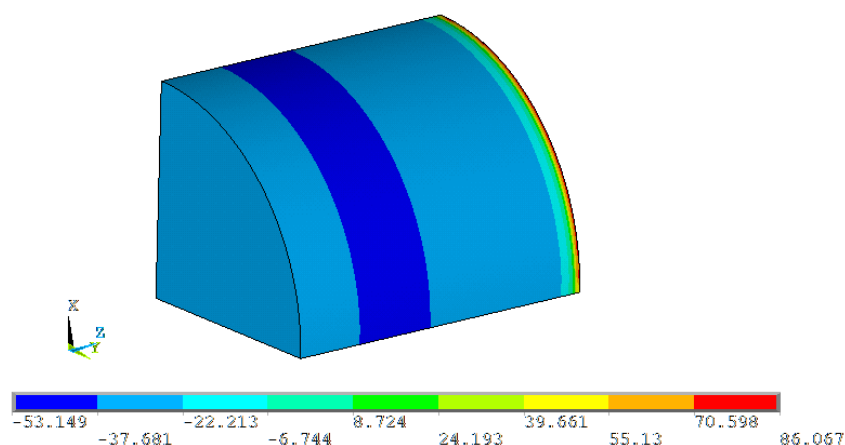
Místo	Vypočítané hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-98,12	-50,91	-144,00	-71,00	31,86	28,30	45,88	20,09
R ₃₃	-146,19	-48,33	-128,00	-25,00	14,21	93,32	18,19	23,33

Tab. 10 – Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro první způsob

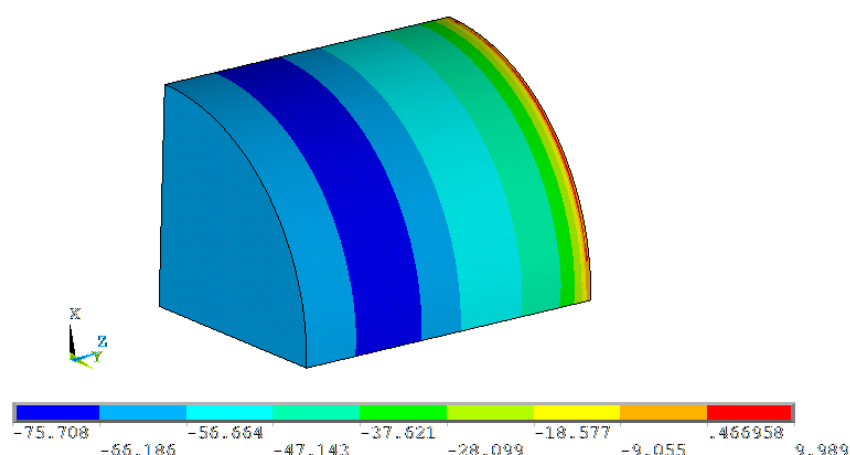
Tento způsob zahrnutí zbytkových napětí do výpočtů MKP umožňuje kontrolu výsledků v celém modelu. Na následujících obrázcích jsou uvedeny výsledky rozložení tlaku v kontaktní ploše, průběhy osového a obvodového napětí v menší části modelu.



Obr. 27 – Rozložení tlaku [MPa] v kontaktní ploše po kompletní simulaci



Obr. 28 - Rozložení osového napětí [MPa] v menší části po kompletní simulaci



Obr. 29 - Rozložení obvodového napětí [MPa] v menší části po kompletní simulaci

Druhý způsob využívá principu superpozice napětí od nalisování a zbytkových napětí na bandáži naměřených po tepelném zpracování. Napětí od nalisování se získají z řešení MKP.

Numericky vypočítané hodnoty napětí po nalisování bez uvážení vneseného předpětí byly získány z uzlů v místech, které jsou v těsné blízkosti míst měření. Tyto hodnoty jsou spolu s naměřenými hodnotami napětí po tepelném zpracování obsaženy v Tab. 11.

Místo	Numericky vypočítané hodnoty po nalisování bez uvážení vneseného předpětí		Naměřené hodnoty po tepelném zpracování	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]
R ₁	-1,75	77,90	-147,00	-154,00
R ₃	11,03	102,46	-177,00	-166,00

Tab. 11 - Hodnoty napětí na vnějším povrchu bandáže využité v principu superpozice

V Tab. 12 jsou porovnávány sečtené hodnoty s naměřenými hodnotami napětí po bandážování. Tyto sečtené hodnoty napětí jsou dány přičtením naměřených hodnot po tepelném zpracování k numericky vypočítaným hodnotám napětí po nalisování bez uvážení vneseného předpětí.

Místo	Sečtené hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-148,75	-76,10	-144,00	-71,00	3,30	7,18	4,75	5,10
R ₃₃	-165,97	-63,54	-128,00	-25,00	29,66	154,16	37,97	38,54

Tab. 12 - Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro druhý způsob

Pro model osminy i čtvrtiny bandážovaného válce byly odchylky a rozdíly porovnávaných veličin určeny ze vztahů

$$\delta = \frac{|\text{sečtená hodnota} - \text{naměřená hodnota}|}{|\text{naměřená hodnota}|} \cdot 100, \quad (47)$$

$$\Delta = |\text{naměřená hodnota} - \text{sečtená hodnota}|. \quad (48)$$

6.4 NUMERICKÝ VÝPOČET MKP – ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

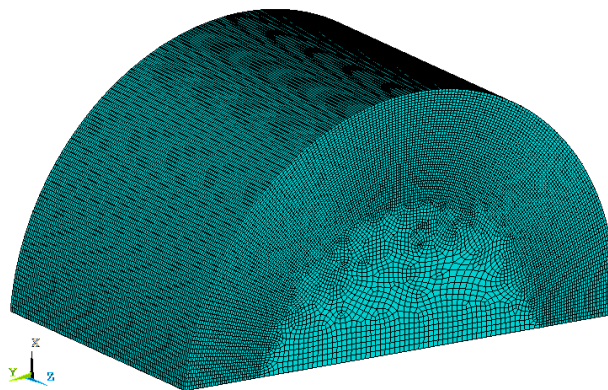
Ve výpočetním modelu osminy bandážovaného válce byly zahrnuty hodnoty zbytkových napětí naměřených pouze ve dvou místech (R₁ a R₃). Pro zahrnutí residuálních napětí i z dalších měřících míst R₂ a R₄, které jsou vůči místům R₁ a R₃ pootočený o 120° (viz Obr. 10), bylo vhodné vymodelovat čtvrtinu bandážovaného válce.

Rozložení osového a obvodového napětí po obvodu bandáže pak udávají navržené sinusové funkce. K výpočtu byla opět použita makra s možností změny vstupních údajů (viz kapitola 10). Výpočet byl proveden v programu ANSYS 12. 1.

Všechny obrázky prezentující výsledky výpočtu v této kapitole jsou natočeny tak, že levá část zobrazeného pohledu (cca třetina) odpovídá válcovitému úseku v kontaktu, který dále ve směru osy z (na obrázcích znázorněna modře) přechází v kuželový úsek.

6.4.1 Popis modelu

Stejně jako u modelu osminy bandážovaného válce byl použit prvek SOLID185. Oběma částem modelu odpovídají rozměry a materiálové parametry uvedené na začátku kapitoly (viz Obr. 9). Materiál byl uvažován lineární, izotropní a elastický. Výpočetní síť je složena z 1022435 prvků a z 996170 uzlů a její hustota je zobrazena na obrázku níže (Obr. 30).

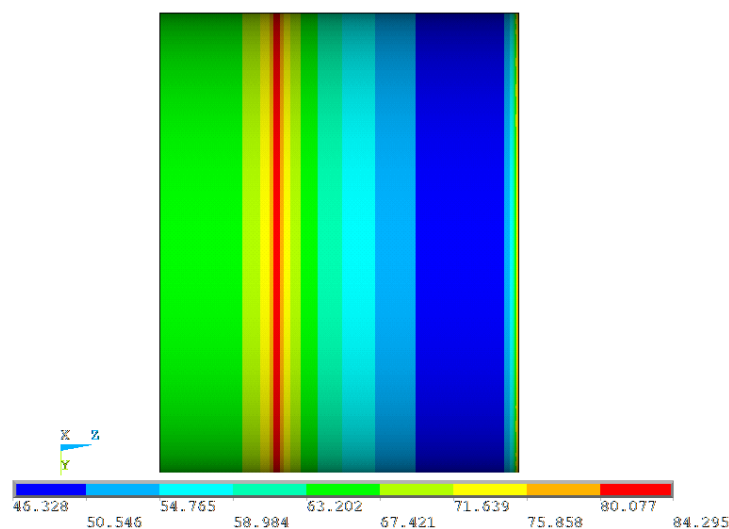


Obr. 30 - Hustota konečnoprvkové sítě pro čtvrtinu modelu

Parametry kontaktu byly nastaveny totožně jako v předchozím případě. Volba okrajových podmínek se od modelu osminy bandážovaného válce odlišuje tím, že jsou na tento model aplikovány pouze dvě okrajové podmínky symetrie.

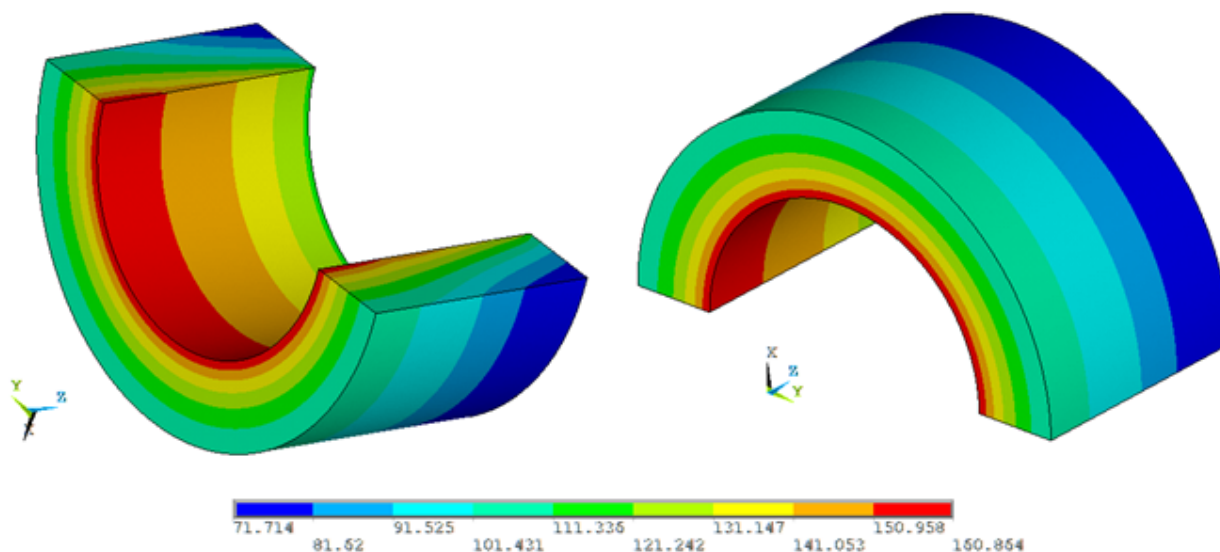
6.4.2 Ověření modelu

Bez zahrnutí počátečních napětí byl spuštěn výpočet. Obrázky dále zobrazují výsledky.



Obr. 31 – Rozložení tlaku [MPa] v kontaktní ploše

Další obrázek ukazuje rozložení obvodového napětí na povrchu bandáže (Obr. 32).



Obr. 32 – Rozložení obvodového napětí [MPa] na povrchu bandáže (2 pohledy)

Následující tabulka udává výsledky v uzlech ve stejné vzdálenosti, jak tomu bylo u výpočetního modelu osminy válce. Numericky dosažené hodnoty jsou porovnány s analytickými hodnotami v Tab. 13.

Místo a porovnávaná veličina	Numericky vypočtená hodnota [MPa]	Analyticky vypočtená hodnota [MPa]	Odchylka δ [%]
Obvodové napětí na vnějším povrchu bandáže	102,10	95,03	7,44
Obvodové napětí na vnitřním povrchu bandáže	160,86	159,19	1,05
Tlak v kontaktní ploše	63,29	64,53	1,92

Tab. 13 – Porovnání analytických a numerických výsledků

Numericky vypočtené hodnoty pro model čtvrtiny válce se zcela přesně neshodují s vypočtenými hodnotami na předchozím modelu, rozdíly jsou však zanedbatelné. V porovnání s analytickým výpočtem se největší odchylka vyskytuje u obvodového napětí na vnějším povrchu, kde dosahuje hodnoty cca 7,5%.

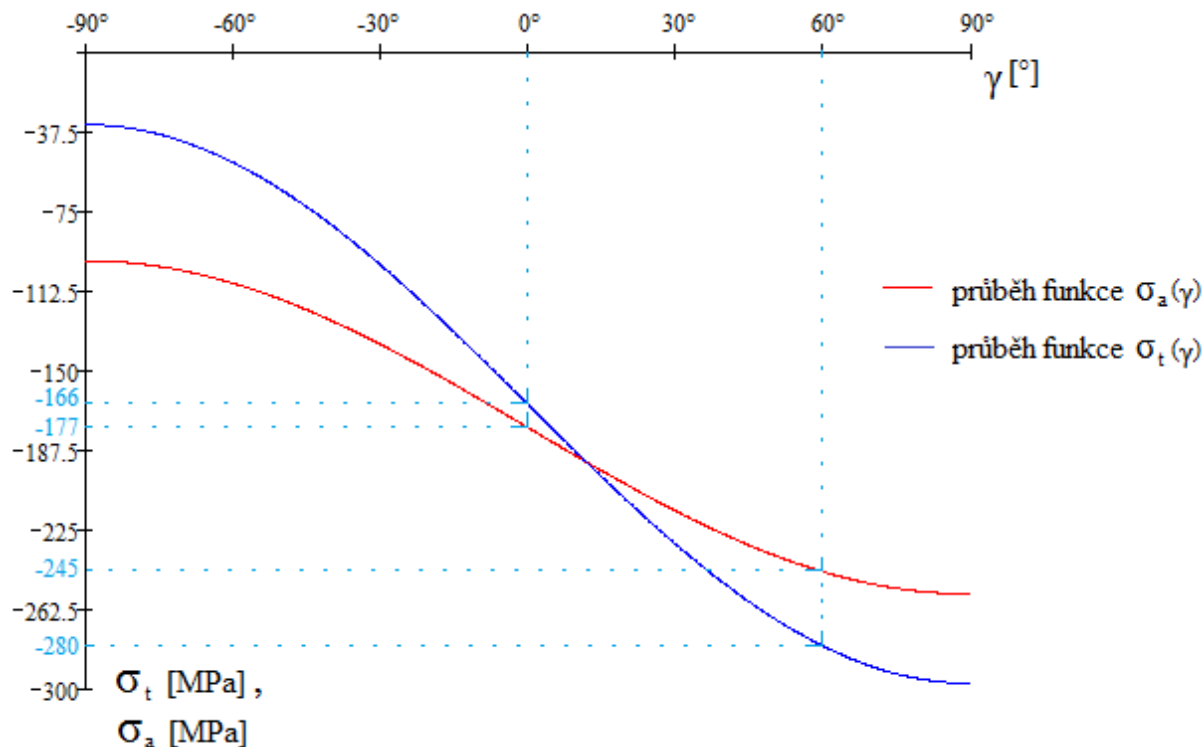
6.4.3 Volba interpolačních funkcí

Funkce, které byly použity u modelu osminy bandážovaného válce, definovaly rozložení zbytkových napětí v osové a tečném směru podél tloušťky a po délce bandáže. K těmto funkcím byla navržena ještě další funkce sinusová, která předepisuje rozložení počátečních zbytkových napětí po obvodu bandáže.

Pro návrh funkce se vycházelo z naměřených hodnot zbytkových napětí po tepelném zpracování v místech R_3 a R_4 . V místě R_4 , které je od místa R_3 pootočeno o 120° byly naměřeny hodnoty osového napětí $\sigma_a = -245$ MPa a obvodového napětí $\sigma_t = -280$ MPa.

Je vhodné poznamenat, že vlivem nerovnoměrnosti rozložení zbytkových napětí již tato funkce přesně neodpovídá pro místa R_1 a R_2 . Tato nesrovnalost se projeví i v numerických výsledcích získané v programu ANSYS 12. 1.

Část průběhu sinusové funkce, která je zahrnuta do modelu čtvrtiny bandáže pro rozložení obvodových a osových zbytkových napětí znázorňuje obrázek níže (Obr. 33). Červená barva označuje osové napětí, modrá odpovídá rozložení obvodového napětí v závislosti na úhlu γ .



Obr. 33 – Funkce rozložení obvodového a osového napětí po obvodu bandáže

Na obrázku funkce rozložení obvodového a osového napětí po obvodu bandáže jsou zaznačeny hodnoty zbytkových napětí v místě, které odpovídá úhlu pootočení $\gamma = 60^\circ$. Je tak učiněno z důvodu, že sinusové funkce dosahují v tomto úhlu stejných hodnot jako u $\gamma = 120^\circ$.

Tyto funkce byly normovány na jedničku a do použitého makra zapsány ve tvaru

$$\sigma_a(\gamma) = 0,44 \cdot \sin(\gamma) + 1 \quad (49)$$

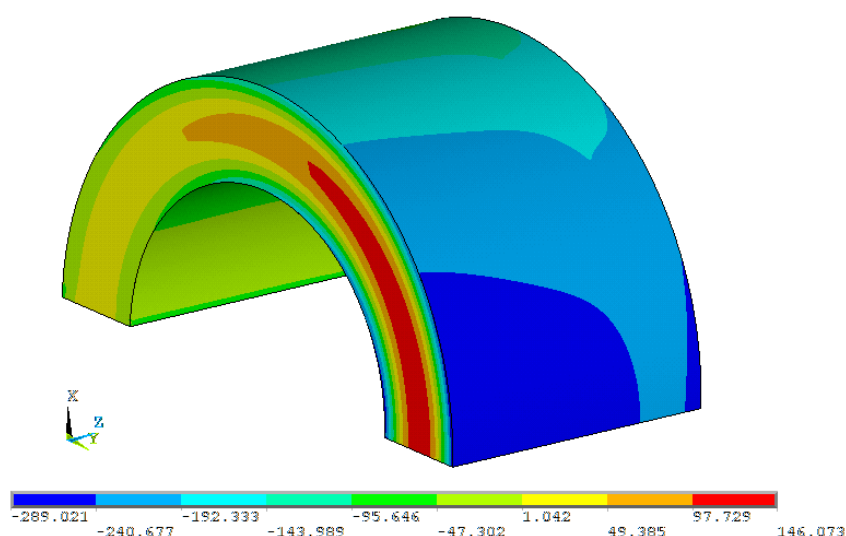
a

$$\sigma_t(\gamma) = 0,79 \cdot \sin(\gamma) + 1. \quad (50)$$

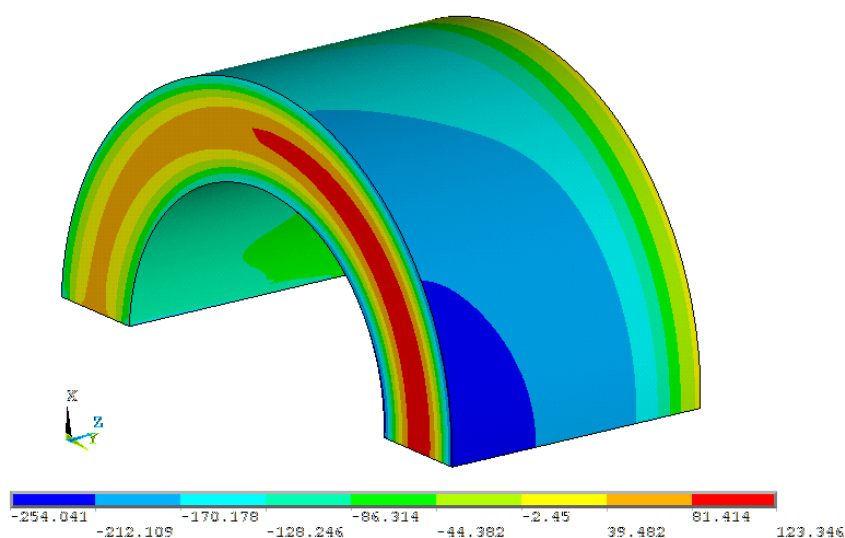
6.4.4 Aplikace počátečních napětí

Na model čtvrtiny bandáže byly aplikovány okrajové podmínky symetrie. Pomocí makra byla do modelu zahrnuta počáteční zbytková napětí. Rozložení těchto napětí bylo provedeno podle všech navržených interpolačních funkcí.

Na takto připraveném modelu bandáže byl proveden zkušební přepočít rozložení počátečních zbytkových napětí, ze kterého byla zjištěna chyba způsobená velikostí elementu. Následující obrázky ukazují rozložení obvodového a osového napětí po obvodu bandáže.

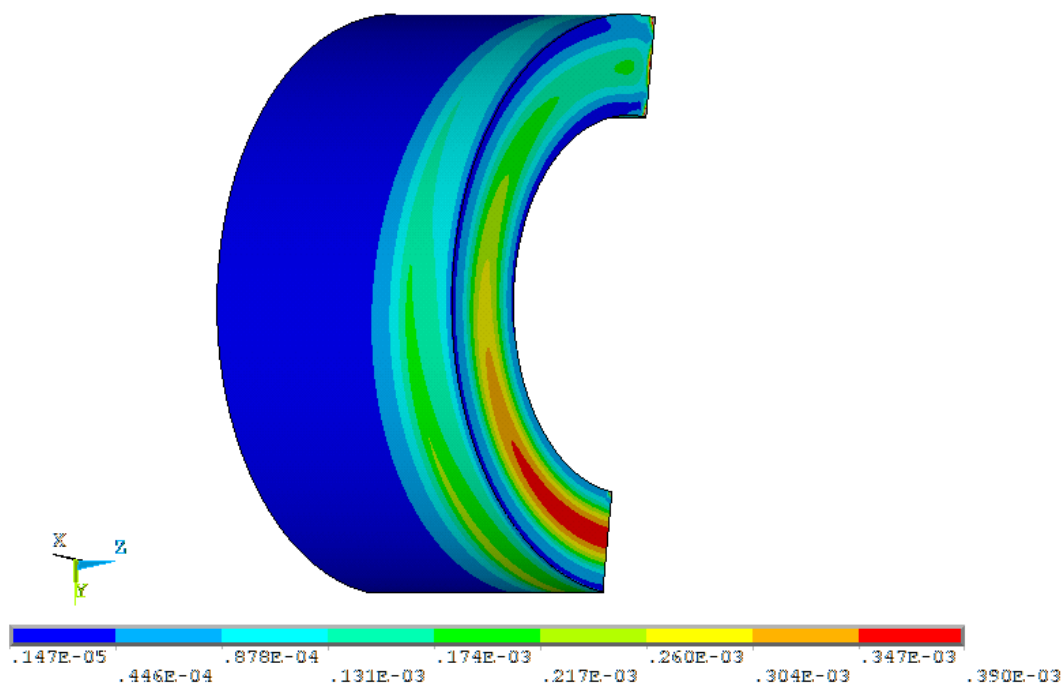


Obr. 34 - Rozložení obvodového napětí [MPa] po obvodu bandáže



Obr. 35 - Rozložení osového napětí [MPa] po obvodu bandáže

Minimální hodnoty z Obr. 34 a Obr. 35 odpovídají funkčnímu extrému. Pro zjištění odchylky byly vybrány hodnoty v uzlech odpovídající měřicím místům po tepelném zpracování bandáže. Dále je uveden obrázek znázorňující poměrnou elastickou deformaci.



Obr. 36 – Poměrná elastická deformace [-] dle hypotézy HMH

Z obrázku prezentujícího výsledek poměrné deformace (Obr. 36) je patrné, že numericky vypočtené hodnoty napětí v místech R_3 a R_4 nejsou ovlivněny vzniklou deformací, zatímco místa R_1 a R_2 mohou být částečně ovlivněna.

Tab. 14 udává hodnoty získané z výsledků v uzlech nalézajících se na vnějším povrchu modelu bandáže v těsné blízkosti míst měření. Tyto hodnoty byly porovnány s požadovanými hodnotami napětí naměřenými po tepelném zpracování bandáže.

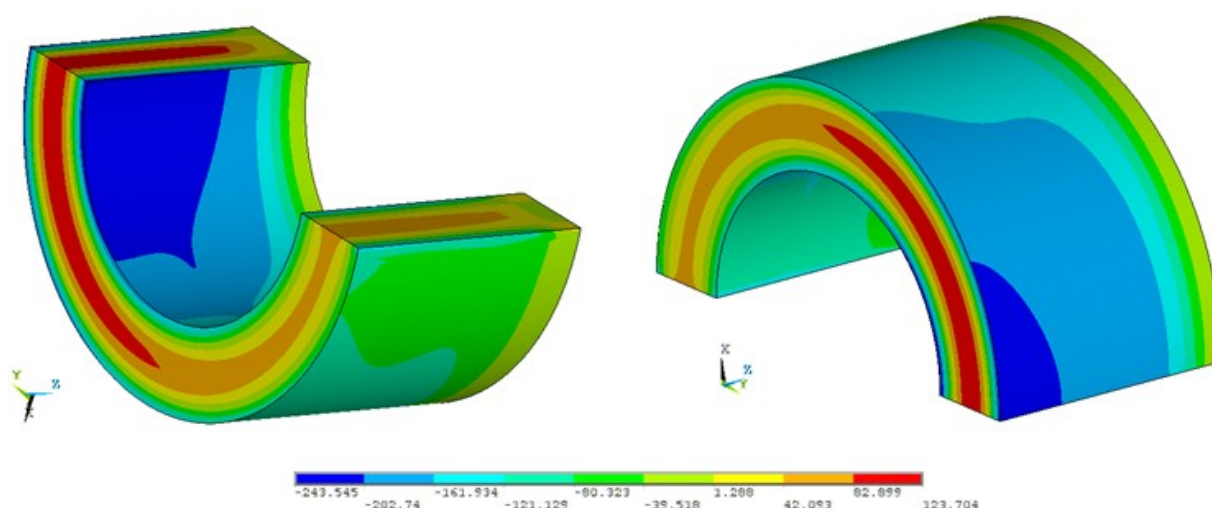
Místo	Vypočítané hodnoty		Požadované hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁	-96,92	-126,13	-147,00	-154,00	34,07	18,10	50,08	27,87
R ₂	-134,84	-216,87	-197,00	-286,00	31,55	24,17	62,16	69,13
R ₃	-155,55	-146,11	-177,00	-166,00	12,12	11,98	21,45	19,89
R ₄	-215,04	-247,75	-245,00	-280,00	12,23	11,52	29,96	32,25

Tab. 14 – Porovnání vypočítaných a požadovaných hodnot napětí před nalisováním

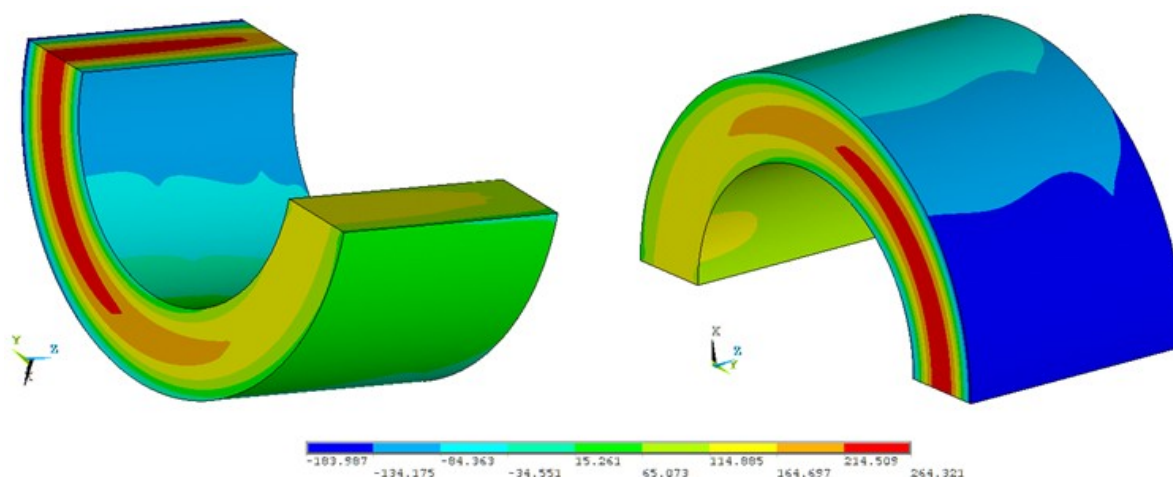
6.4.5 Výsledky kompletní simulace

Stejně jako u modelu osminy bandážovaného válce, tak i u modelu čtvrtiny jsou výsledky prezentovány pro dva způsoby zahrnutí zbytkových napětí do výpočtů MKP.

Následující obrázky zobrazují rozložení osového a obvodového napětí na povrchu bandáže dosažené prvním způsobem.



Obr. 37 - Rozložení osového napětí [MPa] po kompletní simulaci (2 pohledy)



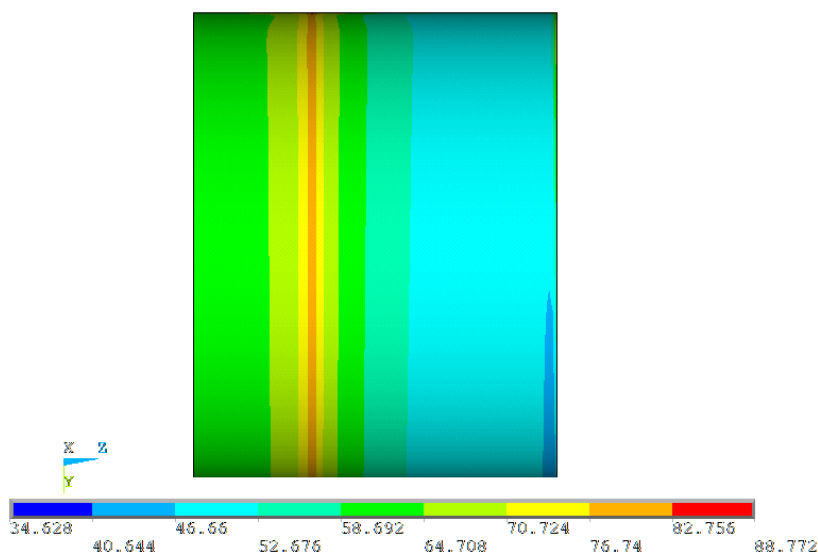
Obr. 38 - Rozložení obvodového napětí [MPa] po kompletní simulaci (2 pohledy)

Numerické výsledky získané po kompletní simulaci byly porovnány s naměřenými hodnotami napětí po bandážování v Tab. 15. Hodnoty napětí byly získány z uzlů, které se nalézaly na vnějším povrchu modelu bandážovaného válce v těsné blízkosti míst měření.

Místo	Vypočítané hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-97,39	-49,54	-144,00	-71,00	32,37	30,23	46,61	21,46
R ₂₂	-134,81	-139,71	-225,00	-202,00	40,08	30,84	90,19	62,29
R ₃₃	-145,09	-46,82	-128,00	-25,00	13,35	87,28	17,09	21,82
R ₄₄	-204,93	-148,56	-218,00	-142,00	6,00	4,62	13,07	6,56

Tab. 15 – Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro první způsob

Další obrázek přináší pohled na rozložení tlaku v kontaktní ploše po kompletní simulaci.



Obr. 39 – Rozložení tlaku [MPa] v kontaktní ploše po kompletní simulaci

Druhý způsob využívá principu superpozice napětí od nalisování a zbytkových napětí naměřených na bandáži po tepelném zpracování. Napětí od nalisování se získají z řešení pomocí metody konečných prvků.

Numericky vypočítané hodnoty napětí po nalisování bez uvážení vneseného předpětí byly získány z uzlů v místech, které jsou v těsné blízkosti míst měření. Tyto hodnoty jsou spolu s naměřenými hodnotami napětí po tepelném zpracování obsaženy v Tab. 16.

Místo	Numericky vypočítané hodnoty po nalisování bez uvážení vneseného předpětí		Naměřené hodnoty po tepelném zpracování	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]
R ₁	-1,66	77,62	-147,00	-154,00
R ₂	-1,66	77,62	-197,00	-286,00
R ₃	11,03	102,10	-177,00	-166,00
R ₄	11,03	102,10	-245,00	-280,00

Tab. 16 - Hodnoty napětí na vnějším povrchu bandáže využité v principu superpozice

V Tab. 17 jsou porovnávány sečtené hodnoty s naměřenými hodnotami napětí po bandážování. Tyto sečtené hodnoty napětí jsou dány přičtením naměřených hodnot po tepelném zpracování k numericky vypočítaným hodnotám napětí po nalisování bez uvážení vneseného předpětí.

Místo	Sečtené hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl napětí Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-148,66	-76,38	-144,00	-71,00	3,24	7,58	4,66	5,38
R ₂₂	-198,66	-208,38	-225,00	-202,00	11,71	3,16	26,34	6,38
R ₃₃	-165,97	-63,90	-128,00	-25,00	29,66	155,60	37,97	38,90
R ₄₄	-233,97	-177,90	-218,00	-142,00	7,33	25,28	15,97	35,90

Tab. 17 – Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro druhý způsob

7. PŘEHLED DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

7.1 VÝSLEDKY NAPĚTÍ – OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

Místo	Vypočítané hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-98,12	-50,91	-144,00	-71,00	31,86	28,30	45,88	20,09
R ₃₃	-146,19	-48,33	-128,00	-25,00	14,21	93,32	18,19	23,33

Tab. 18 – Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro první způsob

Místo	Sečtené hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-148,75	-76,10	-144,00	-71,00	3,30	7,18	4,75	5,10
R ₃₃	-165,97	-63,54	-128,00	-25,00	29,66	154,16	37,97	38,54

Tab. 19 - Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro druhý způsob

7.2 VÝSLEDKY NAPĚTÍ – ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

Místo	Vypočítané hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-97,39	-49,54	-144,00	-71,00	32,37	30,23	46,61	21,46
R ₂₂	-134,81	-139,71	-225,00	-202,00	40,08	30,84	90,19	62,29
R ₃₃	-145,09	-46,82	-128,00	-25,00	13,35	87,28	17,09	21,82
R ₄₄	-204,93	-148,56	-218,00	-142,00	6,00	4,62	13,07	6,56

Tab. 20 – Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro první způsob

Místo	Sečtené hodnoty		Naměřené hodnoty		Odchylka δ		Rozdíl Δ	
	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	σ_a [MPa]	σ_t [MPa]	δ_a [%]	δ_t [%]	Δ_a [MPa]	Δ_t [MPa]
R ₁₁	-148,66	-76,38	-144,00	-71,00	3,24	7,58	4,66	5,38
R ₂₂	-198,66	-208,38	-225,00	-202,00	11,71	3,16	26,34	6,38
R ₃₃	-165,97	-63,90	-128,00	-25,00	29,66	155,60	37,97	38,90
R ₄₄	-233,97	-177,90	-218,00	-142,00	7,33	25,28	15,97	35,90

Tab. 21 - Porovnání výsledků napětí na vnějším povrchu bandáže pro druhý způsob

8. ZÁVĚR

Předložená diplomová práce se zabývá problematikou zbytkových napětí, a to jak z pohledu měření, tak následného uvažování v MKP výpočtech. Úvodní část práce tvoří poznatky o zbytkových napětích. Teorie obsahuje jejich kategorizaci, příčiny vzniku i způsoby měření. Podrobněji je rozepsána příčina vzniku nerovnoměrným ohřevem a ochlazováním, jenž souvisí s problematikou řešenou v praktickém příkladu. Nejpoužívanější metodou pro měření zbytkových napětí je tenzometrická odvrtávací metoda. Všechna měření obsažená v práci byla provedena touto metodou a vyhodnocována dle normy ASTM E837 – 08.

Přesnost odvrtávací metody byla ověřena na zatíženém nosníku částečně konstantní pevnosti při postupném odvrtávání. Ze zatížení bylo vypočteno ohybové napětí v části konstantní pevnosti, a pak srovnáno s vyhodnocenou hodnotou v hloubce 0,61 mm pod povrchem. Výsledky byly okomentovány v závěru kapitoly 4.

Hlavním cílem práce byl návrh způsobu zahrnutí zbytkových napětí do výpočtů MKP. Z tohoto hlediska byly ověřovány dva způsoby, které vycházejí z experimentálně získaných hodnot residuálních napětí. První způsob spočívá v zahrnutí zbytkových napětí jako počátečních napětí, druhá možnost vychází z principu superpozice napětí. Oba způsoby byly prezentovány na problému bandážovaných válců společnosti ArcelorMittal Ostrava a. s. Při výrobě válců totiž vzniká napětí od nalisování a zbytkové napětí způsobené tepelným zpracováním. Hodnoty zbytkových napětí po tepelném zpracování byly vyhodnoceny z měření provedených ve čtyřech místech označených R_1 až R_4 . Poblíž těchto míst bylo po bandážování válců uskutečněno další měření, jehož výsledky byly použity pro ověření numerických výsledků dosažených pomocí zmiňovaných dvou metod. Závěry plynoucí z experimentu jsou uvedeny v podkapitole 6.2.

V numerické části byly vypracovány dva výpočetní modely, na nichž bylo simulováno nalisování se zahrnutím zbytkových napětí. K prvnímu přiblížení tohoto problému byla vytvořena jen osmina bandážovaného válce, na které bylo možno porovnat dosažené výsledky s naměřenými v místech R_{11} a R_{33} . Pro porovnání hodnot napětí ve čtyřech měřených místech byla vymodelována čtvrtina celého válce.

Simulace nalisování na těchto modelech byla realizována pomocí kontaktu. Výsledky dosažené metodou konečných prvků pro tlak v kontaktu a napětí na povrchu bandáže odpovídají (s chybou do 8%) analytickým výsledkům získaných na základě teorie tlustostěnných nalisovaných nádob. Nutno podotknout, že výsledky jsou uvažovány v úseku, kde má menší část válcovitý tvar. MKP přináší pohled na rozložení tlaku v celé kontaktní ploše. V přechodovém místě mezi válcovitým a kuželovitým úsekem menší části je dosaženo tlaku cca 86 MPa, který se zřejmě projevuje otláčením i na skutečném tělese.

První varianta řešení spočívá v zahrnutí zbytkových napětí jako počátečních napětí do výpočtů MKP. Podstatnou součástí tohoto způsobu je navržení vhodných interpolačních nebo aproximačních funkcí definujících rozložení zbytkových napětí po tloušťce, délce i obvodu bandáže. Pro názornou ukázkou byly v práci uvedeny funkce lineární, kvadratické a sinusové, které účelně prokládají hodnoty zbytkových napětí v měřených místech. Z výsledků aplikace počátečních napětí do modelu bandáže bylo potvrzeno, že rozložení napětí je opravdu ovlivněno použitými funkcemi, avšak hodnoty napětí získané v uzlech odpovídajícím místům měření nedosahují požadovaných hodnot. Na velikost odchylky mezi požadovanými a získanými hodnotami napětí mají rozhodující vliv rozměry elementu, na které jsou aplikovány konstantní hodnoty zbytkových napětí. Vzniklá nepřesnost se zákonitě projevila i ve výsledcích po kompletní simulaci. Největší nesrovnalost mezi těmito porovnávanými hodnotami napětí byla cca 90 MPa v místě R_{22} . Tento rozdíl je způsoben i tím, že při návrhu sinusových funkcí se vycházelo z míst R_{33} a R_{44} a vlivem nerovnoměrnosti rozložení zbytkových napětí již tato funkce přesně neodpovídá pro místa R_{11} a R_{22} . Je vhodné podotknout, že numericky získané hodnoty napětí v místech R_{11} a R_{22} jsou také částečně ovlivněny vzniklou deformací (viz podkapitoly 6.3.4 a 6.4.4).

Druhý způsob využívá principu superpozice napětí od nalisování a zbytkových napětí na bandáži naměřených po tepelném zpracování. Součet těchto napětí byl porovnáván u obou modelů s naměřenými hodnotami po bandážování. Největší rozdíl napětí cca 39 MPa se vyskytuje v místě R_{33} . Chyba mohla být způsobena odvrtávací metodou nebo možnou nelinearitou, kde princip superpozice již neplatí.

Interpolační funkce navržené v první variantě řešení mohou být s výhodou použity také u druhého způsobu řešení v případě potřeby vyhodnocení jiných míst než R_{11} až R_{44} . Na druhou stranu je nutné upozornit na to, že není zaručeno dodržení podmínky nulové výslednice vnitřních sil v libovolném řezu tělesem. Volba funkcí byla ověřena formou kontrolního výpočtu MKP (viz podkapitoly 6.3.4 a 6.4.4).

Na katedře pružnosti a pevnosti jsou plánována rozsáhlejší měření zbytkových napětí na bandážovaných válcích tohoto typu, které mohou být využity pro další vývoj navržené metodiky řešení předmětné problematiky.

9. SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ

- [1] ASTM E837-08. *Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method*. [s.l.] : ASTM International, 01-Feb-2008. 17 s.
- [2] MACURA, Pavel. *Experimentální metody v pružnosti a plasticitě*. 1. vydání. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 2001. 107 s. ISBN 80-7078-934-4.
- [3] LENERT, Jiří. *Pružnost a pevnost II.* 2. vydání. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 2009. 174 s. ISBN 978-80-248-1959-4.
- [4] KOLAŘÍK, Kamil. *Difrakční studium fyzikálních technologií obrábění oceli*. Praha, 2010. 149 s. Dizertační práce. ČVUT, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Katedra inženýrství pevných látek.
- [5] LENERT, Jiří. *Úvod do metody konečných prvků*. 1. vydání. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 1999. 110 s. ISBN 80-7078-686-8.
- [6] HALAMA, Radim. *Úvod do MKP* [online]. 2009. [s.l.] : VŠB-TU Ostrava, 2009 [cit. 2011-05-09]. Dostupné z WWW: <<http://www.339.vsb.cz/PDF/UvodDoMKP.pdf>>.
- [7] VLK, Miloš, et al. *Experimentální mechanika*. Brno : VUT Brno, 2003. 147 s. Dostupné z WWW: <http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/_studium_/opory/Experimentalni_mechanika.pdf>.
- [8] Working Group on Residual Stresses. *The Hole-Drilling Strain Gauge Method for the Measurement of Uniform or Non-Uniform Residual Stresses*. In [online]. [s.l.] : [s.n.], 2010 [cit. 2011-05-13]. Dostupné z WWW: <http://www.aiasonline.org/AIAS%20TR_01_2010.pdf>.
- [9] ANSYS INC. *ANSYS Academic Research, Release 12.1 Help System, Theory reference*.
- [10] MACURA, Pavel. *Analýza zbytkových napětí bandážovaných válců*. Acta Mechanica Slovaca. 2006, Vol. 10, Nr. 1, s. 321-326.
- [11] STOLARSKI, T. A.; NAKASONE, Y.; YOSHIMOTO, S. *Engineering Analysis With ANSYS Software*. [s.l.] : Elsevier Ltd., 2006. Application of ANSYS to Contact Between Machine Elements, s. 331-451. ISBN 978-0-7506-6875-0.

10. PŘÍLOHY

10.1 OSMINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

10.1.1 Makro – kompletní simulace

```
FINISH
/CLEAR,NOSTART
/PREP7

EVT1=2.1e5                                !Modul pružnosti v tahu pro menší část [MPa]
PC1=0.3                                    !Poissonovo číslo pro menší část [-]
EVT2=1.95e5                                !Modul pružnosti v tahu pro bandáž [MPa]
PC2=0.33                                    !Poissonovo číslo pro bandáž [-]
KT=0                                        !Koeficient tření [-]
RVV2=870                                    !Polomer bandáže velký [mm]
RVM2=567.5                                !Polomer bandáže malý [mm]
PU=0.65                                    !Presah uprostřed [mm]
PK=0.42                                    !Presah na kraji [mm]
DV1=290                                    !Delka válce menší části [mm]
DK=600                                    !Delka kužele menší části [mm]
VERB=9                                    !Velikost prvku v radálním směru bandáže [mm]
VEAB=9                                    !Velikost prvku v axiálním směru bandáže [mm]
VETB=9                                    !Velikost prvku v tečném směru bandáže [mm]
VERJ=20                                    !Velikost prvku v radálním směru menší části [mm]
VEAJ=9                                    !Velikost prvku v axiálním směru menší části [mm]
VETJ=9                                    !Velikost prvku v tečném směru menší části [mm]

ET,1,SOLID185                              !Typ elementu a materialové vlastnosti
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,EVT1
MPDATA,PRXY,1,,PC1
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,EVT2
MPDATA,PRXY,2,,PC2

CYLIND,RVV2,RVM2,0,DV1+DK,0,90,           !Tvorba geometrie bandáže
CYLIND,RVM2+PU,0,,DV1,0,90,               !Tvorba geometrie menší části
CONE,RVM2+PU,RVM2+PK,DV1,DV1+DK,0,90,

TYPE, 1                                    !Sitování bandáže
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,6
FITEM,5,8
CM,_Y,LINE
LSEL,, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VERB, , , , , ,1
FLST,5,4,4,ORDE,2
```

```

FITEM,5,9
FITEM,5,-12
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VEAB, , , , ,1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,7
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VETB, , , , ,1
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
FLST,5,4,6,ORDE,3
FITEM,5,1
FITEM,5,4
FITEM,5,-6
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

FLST,2,2,6,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
VGLUE,P51X

```

!Spojeni valcovite a kuzelove casti

```

TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
FLST,5,6,4,ORDE,6
FITEM,5,13
FITEM,5,-14
FITEM,5,17
FITEM,5,-18
FITEM,5,26
FITEM,5,-27
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VERJ, , , , ,1
FLST,5,6,4,ORDE,4
FITEM,5,19
FITEM,5,-21
FITEM,5,31
FITEM,5,-33
CM,_Y,LINE

```

!Sitovani mensi casti


```

LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VEAJ, , , , , ,1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,15
FITEM,5,-16
FITEM,5,25
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VETJ, , , , , ,1
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VSWEEP,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
MP,MU,1,KT
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,170
ET,3,174
R,3,,,1.0,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,0
KEYOPT,3,10,2
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,5,0
ASEL,S,,,4
CM,_TARGET,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESLL,U

```

!Kontakt

```

ESEL,U,ENAME,,188,189
NSLE,A,CT2
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
ASEL,S,,,9
ASEL,A,,,17
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,3
NSLA,S,1
ESLN,S,0
NSLE,A,CT2
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
ALLSEL

```

```

FLST,2,3,5,ORDE,3
FITEM,2,1
FITEM,2,5
FITEM,2,-6
DA,P51X,SYMM
FLST,2,5,5,ORDE,5
FITEM,2,7
FITEM,2,10
FITEM,2,-11
FITEM,2,18
FITEM,2,-19
DA,P51X,SYMM

```

!Symetrie

```

FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,13
DA,P51X,ALL,

```

!Vetknuti

```

SBCTRAN

```

!Transformace

```

FINISH                                !Nastaveni vypoctu
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,1
NSUBST,1,0,0
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,0
TIME,100

```

```

ESEL,S,MAT,,2                        !Zadani pocatecnich napeti
*USE,Makro_rozlozeni_zbytkovych_napeti
isfile,read,vypis_napeti,ist,,1
allsel,all

```

```

/STATUS,SOLU                        !Vypocet
SOLVE
SAVE

```

10.1.2 Makro – rozložení zbytkových napětí

```

*DEL,D,I,LOC_X,LOC_Y,POC_EL,R,ROUT  !Smazani parametru
ROUT=RVV2                            !Vnejsi radius
k=RVV2-RVM2                          !Tloustka zadavani zbytkoveho napeti

```

```

*DIM,rez_stress,ARRAY,8,3,          !Definice pole
*SET,REZ_STRESS(1,1),k              !Rozdeleni tloustky
*SET,REZ_STRESS(2,1),k-k/7
*SET,REZ_STRESS(3,1),k-2*k/7
*SET,REZ_STRESS(4,1),k-3*k/7
*SET,REZ_STRESS(5,1),k-4*k/7
*SET,REZ_STRESS(6,1),k-5*k/7
*SET,REZ_STRESS(7,1),k-6*k/7
*SET,REZ_STRESS(8,1),0

```

```

*SET,REZ_STRESS(1,2), -177          !Zadani hodnot osoveho napeti
*SET,REZ_STRESS(2,2), -46.959
*SET,REZ_STRESS(3,2), 39.736
*SET,REZ_STRESS(4,2), 83.085
*SET,REZ_STRESS(5,2), 83.088
*SET,REZ_STRESS(6,2), 39.745
*SET,REZ_STRESS(7,2), -46.944
*SET,REZ_STRESS(8,2), -176.979

```

```

*SET,REZ_STRESS(1,3), -166          !Zadani hodnot obvodoveho napeti
*SET,REZ_STRESS(2,3), -44.041
*SET,REZ_STRESS(3,3), 37.264
*SET,REZ_STRESS(4,3), 77.915
*SET,REZ_STRESS(5,3), 77.912
*SET,REZ_STRESS(6,3), 37.255
*SET,REZ_STRESS(7,3), -44.056
*SET,REZ_STRESS(8,3), -166.021

```

```

*GET,poc_el,ELEM,0,COUNT,           !Zjistení počtu elementu
*DIM,elem_rez_stress,ARRAY,poc_el,8,
*DO,i,1,poc_el,1,
*GET,loc_x,ELEM,i,CENT,X,
*SET,elem_rez_stress(i,1),loc_x
*ENDDO
*DO,i,1,poc_el,1,

```

```

*GET,loc_y,ELEM,i,CENT,Y,
*SET,elem_rez_stress(i,2),loc_y
*ENDDO

constant=REZ_STRESS(8,2)                                !Definovani pomocnych parametru
constant2=REZ_STRESS(8,3)
krok=k/7
kpar11=-2.338e-4                                         !Koefficienty linearnich funkcii
kpar12=-5.03e-3
kpar21=-9.971e-5

*CFOPEN,vypis_napeti,ist                                !Otevreni prikazoveho pole napeti
*DO,i,1,poc_el,1,                                        !Interpolace hodnot napeti pro vsechny elementy
*GET,loc_z,ELEM,i,CENT,Z,
*DEL,dd
dd=(sqrt(elem_rez_stress(i,1)**2+elem_rez_stress(i,2)**2))-(ROUT-k)
*IF,loc_z,GE,0,AND,loc_z,LT,725,THEN
con1=kpar11*loc_z+1                                     !Definice funkce pro rozlozeni osového napeti v 1. useku
*ELSE
con1=kpar12*loc_z+4.477                                  !Definice funkce pro rozlozeni osového napeti v 2. useku
*ENDIF
con2=kpar21*loc_z+1                                     !Definice funkce pro rozlozeni obvodového napeti po delce
*IF,dd,GE,0,AND,dd,LT,k-6*k/7,THEN
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(8,2)+dd*((REZ_STRESS(7,2)-REZ_STRESS(8,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(8,3)+dd*((REZ_STRESS(7,3)-REZ_STRESS(8,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-6*k/7,AND,dd,LT,k-5*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(7,2)+(dd-REZ_STRESS(7,1))*((REZ_STRESS(6,2)-
REZ_STRESS(7,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(7,3)+(dd-REZ_STRESS(7,1))*((REZ_STRESS(6,3)-
REZ_STRESS(7,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-5*k/7,AND,dd,LT,k-4*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(6,2)+(dd-REZ_STRESS(6,1))*((REZ_STRESS(5,2)-
REZ_STRESS(6,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(6,3)+(dd-REZ_STRESS(6,1))*((REZ_STRESS(5,3)-
REZ_STRESS(6,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-4*k/7,AND,dd,LT,k-3*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(5,2)+(dd-REZ_STRESS(5,1))*((REZ_STRESS(4,2)-
REZ_STRESS(5,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(5,3)+(dd-REZ_STRESS(5,1))*((REZ_STRESS(4,3)-
REZ_STRESS(5,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-3*k/7,AND,dd,LT,k-2*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(4,2)+(dd-REZ_STRESS(4,1))*((REZ_STRESS(3,2)-
REZ_STRESS(4,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(4,3)+(dd-REZ_STRESS(4,1))*((REZ_STRESS(3,3)-
REZ_STRESS(4,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-2*k/7,AND,dd,LT,k-k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(3,2)+(dd-REZ_STRESS(3,1))*((REZ_STRESS(2,2)-
REZ_STRESS(3,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(3,3)+(dd-REZ_STRESS(3,1))*((REZ_STRESS(2,3)-
REZ_STRESS(3,3))/krok))*con2
*ELSEIF,dd,GE,k-k/7,AND,dd,LT,k,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(2,2)+(dd-REZ_STRESS(2,1))*((REZ_STRESS(1,2)-
REZ_STRESS(2,2))/krok))*con1
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(2,3)+(dd-REZ_STRESS(2,1))*((REZ_STRESS(1,3)-
REZ_STRESS(2,3))/krok))*con2
*ELSE
*SET,elem_rez_stress(i,3),constant
*SET,elem_rez_stress(i,4),constant2
*ENDIF

```

```

dd=sqrt(elem_rez_stress(i,1)**2+elem_rez_stress(i,2)**2)      !Definovani pomocnych parametru
sinfi=elem_rez_stress(i,2)/dd
cosfi=elem_rez_stress(i,1)/dd

!Transformace obvodoveho napeti (elem_rez_stress(i,4)) do polárního SS

*SET,elem_rez_stress(i,6),elem_rez_stress(i,4)*sinfi**2
*SET,elem_rez_stress(i,7),elem_rez_stress(i,4)*cosfi**2
*SET,elem_rez_stress(i,8),(-1)*elem_rez_stress(i,4)*sinfi*cosfi

!Definice noveho pole
!Zadani hodnot napeti
*DIMELEM,pom_pole,ARRAY,4,6,
*SET,pom_pole(1,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(2,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(3,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(4,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(1,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(2,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(3,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(4,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(1,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(2,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(3,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(4,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(1,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(2,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(3,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(4,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(1,5),0
*SET,pom_pole(2,5),0
*SET,pom_pole(3,5),0
*SET,pom_pole(4,5),0
*SET,pom_pole(1,6),0
*SET,pom_pole(2,6),0
*SET,pom_pole(3,6),0
*SET,pom_pole(4,6),0

*vwrite,'INITIAL STRESS RECORD FOR','ELEMENT %i%'      !Zapis napeti do souboru
%C %C
*vwrite,'!  sx      sy      sz','      sxy      syz','      sxz'
%C %C %C
*vwrite,'eis,%i%'
%C
*vwrite,pom_pole(1,1),pom_pole(1,2),pom_pole(1,3),pom_pole(1,4),pom_pole(1,5),pom_pole(1,6)
(F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4)
*vwrite,pom_pole(2,1),pom_pole(2,2),pom_pole(2,3),pom_pole(2,4),pom_pole(2,5),pom_pole(2,6)
(F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4)
!%G %G %G %G %G %G
*vwrite,'!'
(A1)
*vwrite,'!'
(A1)
*DEL,pom_pole
*ENDDO

```

10.2 ČTVRTINA BANDÁŽOVANÉHO VÁLCE

10.2.1 Makro – kompletní simulace

FINISH
/CLEAR,NOSTART
/PREP7

EVT1=2.1e5	!Modul pružnosti v tahu pro menší část [MPa]
PC1=0.3	!Poissonovo číslo pro menší část [-]
EVT2=1.95e5	!Modul pružnosti v tahu pro bandáž [MPa]
PC2=0.33	!Poissonovo číslo pro bandáž [-]
KT=0	!Koeficient tření [-]
RVV2=870	!Polomer bandáže velký [mm]
RVM2=567.5	!Polomer bandáže malý [mm]
PU=0.65	!Presah uprostřed [mm]
PK=0.42	!Presah na kraji [mm]
DV1=290	!Delka válce menší části [mm]
DK=600	!Delka kužele menší části [mm]
VERB=9	!Velikost prvku v radiálním směru bandáže [mm]
VEAB=9	!Velikost prvku v axiálním směru bandáže [mm]
VETB=198	!Počet prvku v tečném směru bandáže [-] (cca 9 mm)
VERJ=20	!Velikost prvku v radiálním směru menší části [mm]
VEAJ=9	!Velikost prvku v axiálním směru menší části [mm]
VETJ=198	!Počet prvku v tečném směru menší části [-] (cca 9 mm)

ET,1,SOLID185 !Typ elementu a materialové vlastnosti

MPTEMP,,,,,,,,

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,1,,EVT1

MPDATA,PRXY,1,,PC1

MPTEMP,,,,,,,,

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,2,,EVT2

MPDATA,PRXY,2,,PC2

CYLIND,RVV2,RVM2,0,DV1+DK,-90,90,	!Tvorba geometrie bandáže
CYLIND,RVM2+PU,0,,DV1,-90,90,	! Tvorba geometrie menší části
CONE,RVM2+PU,RVM2+PK,DV1,DV1+DK,-90,90,	

TYPE, 1 !Sitování bandáže

MAT, 2

REAL,

ESYS, 0

SECNUM,

FLST,5,4,4,ORDE,4

FITEM,5,1

FITEM,5,3

FITEM,5,6

FITEM,5,8

CM,_Y,LINE

LSEL, , , ,P51X

CM,_Y1,LINE

CMSEL,,_Y

LESIZE,_Y1,VERB, , , , ,1

FLST,5,4,4,ORDE,2

FITEM,5,9

FITEM,5,-12

CM,_Y,LINE

```

LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VEAB, , , , ,1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,7
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , , VETB, , , , ,1
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
CM,_Y,VOLU
VSEL, , , , 1
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

FLST,2,2,6,ORDE,2
FITEM,2,2
FITEM,2,-3
VGLUE,P51X

```

!Spojeni valcovite a kuzelove casti

```

TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
FLST,5,6,4,ORDE,6
FITEM,5,13
FITEM,5,-14
FITEM,5,17
FITEM,5,-18
FITEM,5,26
FITEM,5,-27
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VERJ, , , , ,1
FLST,5,6,4,ORDE,4
FITEM,5,19
FITEM,5,-21
FITEM,5,31
FITEM,5,-33
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,VEAJ, , , , ,1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,15
FITEM,5,-16
FITEM,5,25

```

!Sitovani mensi casti

```

CM,_Y,LINE
LSEL,,,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,,VETJ,,,,,1
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,4
CM,_Y,VOLU
VSEL,,,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VSWEEP,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

CM,_NODECM,NODE
CM,_ELEMCM,ELEM
CM,_KPCM,KP
CM,_LINECM,LINE
CM,_AREACM,AREA
CM,_VOLUCM,VOLU
/GSAV,cwz,gsav,,temp
MP,MU,1,KT
MAT,1
MP,EMIS,1,7.88860905221e-031
R,3
REAL,3
ET,2,170
ET,3,174
R,3,,,1.0,0.1,0,
RMORE,,,1.0E20,0.0,1.0,
RMORE,0.0,0,1.0,,1.0,0.5
RMORE,0,1.0,1.0,0.0,,1.0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,5,0
KEYOPT,3,7,0
KEYOPT,3,8,0
KEYOPT,3,9,0
KEYOPT,3,10,2
KEYOPT,3,11,0
KEYOPT,3,12,0
KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,2,5,0
ASEL,S,,,4
CM,_TARGET,AREA
TYPE,2
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESLL,U
ESEL,U,ENAME,,188,189
NSLE,A,CT2
ESURF
CMSEL,S,_ELEMCM
ASEL,S,,,9
ASEL,A,,,17
CM,_CONTACT,AREA
TYPE,3

```

!Kontakt


```

NSLA,S,1
ESLN,S,0
NSLE,A,CT2
ESURF
ALLSEL
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
/PSYMB,ESYS,1
/PNUM,TYPE,1
/NUM,1
EPLOT
ESEL,ALL
ESEL,S,TYPE,,2
ESEL,A,TYPE,,3
ESEL,R,REAL,,3
CMSEL,A,_NODECM
CMDEL,_NODECM
CMSEL,A,_ELEMCM
CMDEL,_ELEMCM
CMSEL,S,_KPCM
CMDEL,_KPCM
CMSEL,S,_LINECM
CMDEL,_LINECM
CMSEL,S,_AREACM
CMDEL,_AREACM
CMSEL,S,_VOLUCM
CMDEL,_VOLUCM
/GRES,cwz,gsav
CMDEL,_TARGET
CMDEL,_CONTACT
ALLSEL

```

```

FLST,2,8,5,ORDE,7
FITEM,2,1
FITEM,2,5
FITEM,2,-7
FITEM,2,10
FITEM,2,-11
FITEM,2,18
FITEM,2,-19
DA,P51X,SYMM

```

!Symetrie

```

FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,13
DA,P51X,ALL,

```

!Vetknuti

```

SBCTRAN

```

!Transformace

```

FINISH
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,1
NSUBST,1,0,0
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,0
TIME,200

```

!Nastaveni vypoctu

ESEL,S,MAT,,2	!Zadani pocatecnich napeti
*USE, Makro_rozlozeni_zbytkovych_napeti	
isfile,read,vypis_napeti,ist,,1	
allsel,all	
/STATUS,SOLU	!Vypocet
SOLVE	
SAVE	

10.2.2 Makro – rozložení zbytkových napětí

*DEL,D,I,LOC_X,LOC_Y,POC_EL,R,ROUT	!Smazani parametru
ROUT=RVV2	!Vnejsi radius
k=RVV2-RVM2	!Tloustka zadavani zbytkoveho napeti
*DIM,rez_stress,ARRAY,8,3,	!Definice pole
*SET,REZ_STRESS(1,1),k	!Rozdeleni tloustky
*SET,REZ_STRESS(2,1),k-k/7	
*SET,REZ_STRESS(3,1),k-2*k/7	
*SET,REZ_STRESS(4,1),k-3*k/7	
*SET,REZ_STRESS(5,1),k-4*k/7	
*SET,REZ_STRESS(6,1),k-5*k/7	
*SET,REZ_STRESS(7,1),k-6*k/7	
*SET,REZ_STRESS(8,1),0	
*SET,REZ_STRESS(1,2), -177	!Zadani hodnot osoveho napeti
*SET,REZ_STRESS(2,2), -46.959	
*SET,REZ_STRESS(3,2), 39.736	
*SET,REZ_STRESS(4,2), 83.085	
*SET,REZ_STRESS(5,2), 83.08	
*SET,REZ_STRESS(6,2), 39.745	
*SET,REZ_STRESS(7,2), -46.944	
*SET,REZ_STRESS(8,2), -176.979	
*SET,REZ_STRESS(1,3), -166	!Zadani hodnot obvodoveho napeti
*SET,REZ_STRESS(2,3), -44.041	
*SET,REZ_STRESS(3,3), 37.264	
*SET,REZ_STRESS(4,3), 77.915	
*SET,REZ_STRESS(5,3), 77.912	
*SET,REZ_STRESS(6,3), 37.255	
*SET,REZ_STRESS(7,3), -44.056	
*SET,REZ_STRESS(8,3), -166.021	
*GET,poc_el,ELEM,0,COUNT,	!Zjistení počtu elementu
*DIM,elem_rez_stress,ARRAY,poc_el,8,	
*DO,i,1,poc_el,1,	
*GET,loc_x,ELEM,i,CENT,X,	
*SET,elem_rez_stress(i,1),loc_x	
*ENDDO	
*DO,i,1,poc_el,1,	
*GET,loc_y,ELEM,i,CENT,Y,	
*SET,elem_rez_stress(i,2),loc_y	
*ENDDO	
constant=REZ_STRESS(8,2)	!Definování pomocných parametru
constant2=REZ_STRESS(8,3)	
krok=k/7	
kpar11=-2.338e-4	!Koeficienty lineárních funkcí
kpar12=-5.03e-3	

```

kpar21=-9.971e-5
rozdl=-245+177
rozdl2=-280+166
KFA=2*rozdl/sqrt(3)
KFO=2*rozdl2/sqrt(3)
KFAN=KFA/(-177)
KFON=KFO/(-166)
sinfi=elem_rez_stress(i,2)/sqrt(elem_rez_stress(i,1)**2+elem_rez_stress(i,2)**2)

!Parametry sinusovych funkci

*CFOPEN,vypis_napeti,ist
!Otevreni prikazoveho pole napeti
*DO,i,1,poc_el,1,
!Interpolace hodnot napeti pro vsechny elementy
*GET,loc_z,ELEM,i,CENT,Z,
*DEL,dd
dd=(sqrt(elem_rez_stress(i,1)**2+elem_rez_stress(i,2)**2))-(ROUT-k)
*IF,loc_z,GE,0,AND,loc_z,LT,725,THEN
con1=kpar11*loc_z+1
!Definice funkce pro rozlozeni osového napeti v 1. useku
*ELSE
con1=kpar12*loc_z+4.477
!Definice funkce pro rozlozeni osového napeti v 2. useku
*ENDIF
con2=kpar21*loc_z+1
!Definice funkce pro rozlozeni obvodového napeti po delce
*IF,dd,GE,0,AND,dd,LT,k-6*k/7,THEN
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(8,2)+dd*((REZ_STRESS(7,2)-
REZ_STRESS(8,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(8,3)+dd*((REZ_STRESS(7,3)-
REZ_STRESS(8,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-6*k/7,AND,dd,LT,k-5*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(7,2)+(dd-REZ_STRESS(7,1))*((REZ_STRESS(6,2)-
REZ_STRESS(7,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(7,3)+(dd-REZ_STRESS(7,1))*((REZ_STRESS(6,3)-
REZ_STRESS(7,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-5*k/7,AND,dd,LT,k-4*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(6,2)+(dd-REZ_STRESS(6,1))*((REZ_STRESS(5,2)-
REZ_STRESS(6,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(6,3)+(dd-REZ_STRESS(6,1))*((REZ_STRESS(5,3)-
REZ_STRESS(6,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-4*k/7,AND,dd,LT,k-3*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(5,2)+(dd-REZ_STRESS(5,1))*((REZ_STRESS(4,2)-
REZ_STRESS(5,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(5,3)+(dd-REZ_STRESS(5,1))*((REZ_STRESS(4,3)-
REZ_STRESS(5,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-3*k/7,AND,dd,LT,k-2*k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(4,2)+(dd-REZ_STRESS(4,1))*((REZ_STRESS(3,2)-
REZ_STRESS(4,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(4,3)+(dd-REZ_STRESS(4,1))*((REZ_STRESS(3,3)-
REZ_STRESS(4,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-2*k/7,AND,dd,LT,k-k/7,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(3,2)+(dd-REZ_STRESS(3,1))*((REZ_STRESS(2,2)-
REZ_STRESS(3,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(3,3)+(dd-REZ_STRESS(3,1))*((REZ_STRESS(2,3)-
REZ_STRESS(3,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSEIF,dd,GE,k-k/7,AND,dd,LT,k,
*SET,elem_rez_stress(i,3),(REZ_STRESS(2,2)+(dd-REZ_STRESS(2,1))*((REZ_STRESS(1,2)-
REZ_STRESS(2,2))/krok))*con1*(KFAN*sinfi+1)
*SET,elem_rez_stress(i,4),(REZ_STRESS(2,3)+(dd-REZ_STRESS(2,1))*((REZ_STRESS(1,3)-
REZ_STRESS(2,3))/krok))*con2*(KFON*sinfi+1)
*ELSE
*SET,elem_rez_stress(i,3),constant
*SET,elem_rez_stress(i,4),constant2
*ENDIF

```

```

dd=sqrt(elem_rez_stress(i,1)**2+elem_rez_stress(i,2)**2)      !Definovani pomocnych parametru
sinfi=elem_rez_stress(i,2)/dd
cosfi=elem_rez_stress(i,1)/dd

!Transformace obvodoveho napeti (elem_rez_stress(i,4)) do polárního SS

*SET,elem_rez_stress(i,6),elem_rez_stress(i,4)*sinfi**2
*SET,elem_rez_stress(i,7),elem_rez_stress(i,4)*cosfi**2
*SET,elem_rez_stress(i,8),(-1)*elem_rez_stress(i,4)*sinfi*cosfi

*DIM,pom_pole,ARRAY,4,6,      !Definice noveho pole
*SET,pom_pole(1,1),elem_rez_stress(i,6)      !Zadani hodnot napeti
*SET,pom_pole(2,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(3,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(4,1),elem_rez_stress(i,6)
*SET,pom_pole(1,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(2,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(3,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(4,2),elem_rez_stress(i,7)
*SET,pom_pole(1,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(2,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(3,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(4,3),elem_rez_stress(i,3)
*SET,pom_pole(1,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(2,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(3,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(4,4),elem_rez_stress(i,8)
*SET,pom_pole(1,5),0
*SET,pom_pole(2,5),0
*SET,pom_pole(3,5),0
*SET,pom_pole(4,5),0
*SET,pom_pole(1,6),0
*SET,pom_pole(2,6),0
*SET,pom_pole(3,6),0
*SET,pom_pole(4,6),0

*vwrite,'INITIAL STRESS RECORD FOR','ELEMENT %i%'      !Zapis napeti do souboru
%C %C
*vwrite,'!  sx      sy      sz','      sxy      syz','      sxz'
%C %C %C
*vwrite,'eis,%i%'
%C
*vwrite,pom_pole(1,1),pom_pole(1,2),pom_pole(1,3),pom_pole(1,4),pom_pole(1,5),pom_pole(1,6)
(F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4)
*vwrite,pom_pole(1,1),pom_pole(1,2),pom_pole(1,3),pom_pole(1,4),pom_pole(1,5),pom_pole(1,6)
(F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4,F12.4)
!%G %G %G %G %G %G
*vwrite,'!'
(A1)
*vwrite,'!'
(A1)
*DEL,pom_pole
*ENDDO

```

10.3 NÁVRH INTERPOLAČNÍCH FUNKCÍ

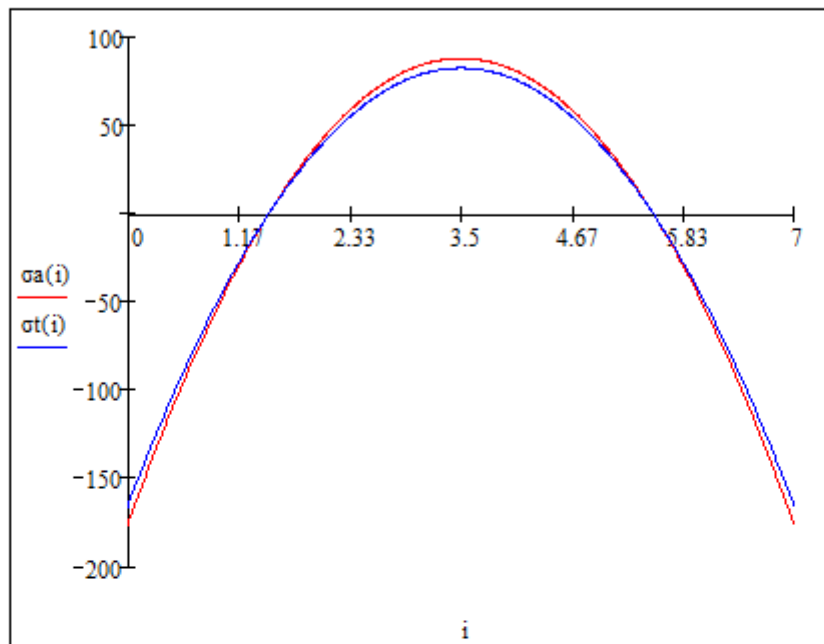
Pomocné parametry

$$KA := -177 \quad KT := -166$$

Navrh kvadratických funkcí

$$i := 0, 0.01 \dots 7$$

$$\sigma t(i) := -20.327 \cdot i^2 + 142.286 \cdot i + KT \quad \sigma a(i) := -21.673 \cdot i^2 + 151.714 \cdot i + KA$$



Hodnoty v intervalech

$$\begin{array}{llll} \sigma a(0) = -177 & \sigma a(1) = -46.959 & \sigma a(2) = 39.736 & \sigma a(3) = 83.085 \\ \sigma a(4) = 83.088 & \sigma a(5) = 39.745 & \sigma a(6) = -46.944 & \sigma a(7) = -176.979 \\ \sigma t(0) = -166 & \sigma t(1) = -44.041 & \sigma t(2) = 37.264 & \sigma t(3) = 77.915 \\ \sigma t(4) = 77.912 & \sigma t(5) = 37.255 & \sigma t(6) = -44.056 & \sigma t(7) = -166.021 \end{array}$$

Podmínky rovnováhy vnitřních sil po průřezu

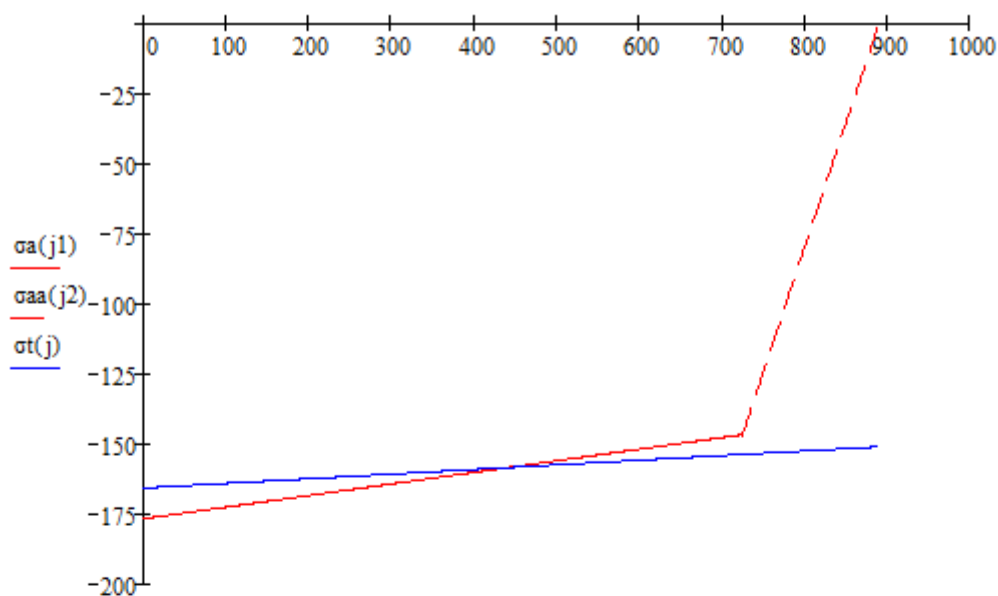
$$\int_0^7 -20.327 \cdot i^2 + 142.286 \cdot i + KT \, di = -0.047 \quad \int_0^7 -21.673 \cdot i^2 + 151.714 \cdot i + KA \, di = 0.047$$

Navrh lineárních funkcí

$$j1 := 0 \dots 725 \quad j2 := 725 \dots 890 \quad j := 0 \dots 890$$

$$\sigma a(j1) := -2.34 \cdot 10^{-4} \cdot j1 \cdot KA + KA \quad \sigma t(j) := -9.971 \cdot 10^{-5} \cdot j \cdot KT + 1 \cdot KT$$

$$\sigma aa(j2) := -5.03 \cdot 10^{-3} \cdot j2 \cdot KA + 4.48 \cdot KA$$



$j1, j2, j$

Normovani na jednicku

$$\sigma_{an}(j1) := -2.34 \cdot 10^{-4} \cdot j1 + 1$$

$$\sigma_t(j) := -9.971 \cdot 10^{-5} \cdot j + 1$$

$$\sigma_{aan}(j2) := -5.03 \cdot 10^{-3} \cdot j2 + 4.48$$

Navrh sinusivych funkci

Pomocne parametry

$$\text{roz1} := -245 - (-177)$$

$$\text{roz2} := -280 - (-166)$$

$$X1 := \frac{2 \cdot \text{roz1}}{\sqrt{3}}$$

$$X2 := \frac{2 \cdot \text{roz2}}{\sqrt{3}}$$

Funkce

$$\sigma_a(\text{gama}) := X1 \cdot \sin(\text{gama}) + KA$$

$$\sigma_t(\text{gama}) := X2 \cdot \sin(\text{gama}) + KT$$

Normovani na jednicku

$$\sigma_{an}(\text{gama}) := \frac{X1}{KA} \cdot \sin(\text{gama}) + \frac{KA}{KA}$$

$$\frac{X1}{KA} = 0.444 \quad \frac{KA}{KA} = 1$$

$$\sigma_{tn}(\text{gama}) := \frac{X2}{KT} \cdot \sin(\text{gama}) + \frac{KT}{KT}$$

$$\frac{X2}{KT} = 0.793 \quad \frac{KT}{KT} = 1$$

Hodnoty funkci

$$\sigma_a(30 \cdot \text{deg}) = -216.26 \quad \sigma_a(-90 \cdot \text{deg}) = -98.48 \quad \sigma_a(0 \cdot \text{deg}) = -177$$

$$\sigma_a(60 \cdot \text{deg}) = -245 \quad \sigma_a(-30 \cdot \text{deg}) = -137.74$$

$$\sigma_a(90 \cdot \text{deg}) = -255.52 \quad \sigma_a(-60 \cdot \text{deg}) = -109$$

$$\sigma(30\text{-deg}) = -231.818 \quad \sigma(-30\text{-deg}) = -100.182 \quad \sigma(0\text{-deg}) = -166$$

$$\sigma(60\text{-deg}) = -280 \quad \sigma(-60\text{-deg}) = -52$$

$$\sigma(90\text{-deg}) = -297.636 \quad \sigma(-90\text{-deg}) = -34.364$$

